

Notwendigkeit hoher Spannungen zur Energieübertragung

1. Charakteristik der Wirkleistungsübertragung in Drehstromsystemen

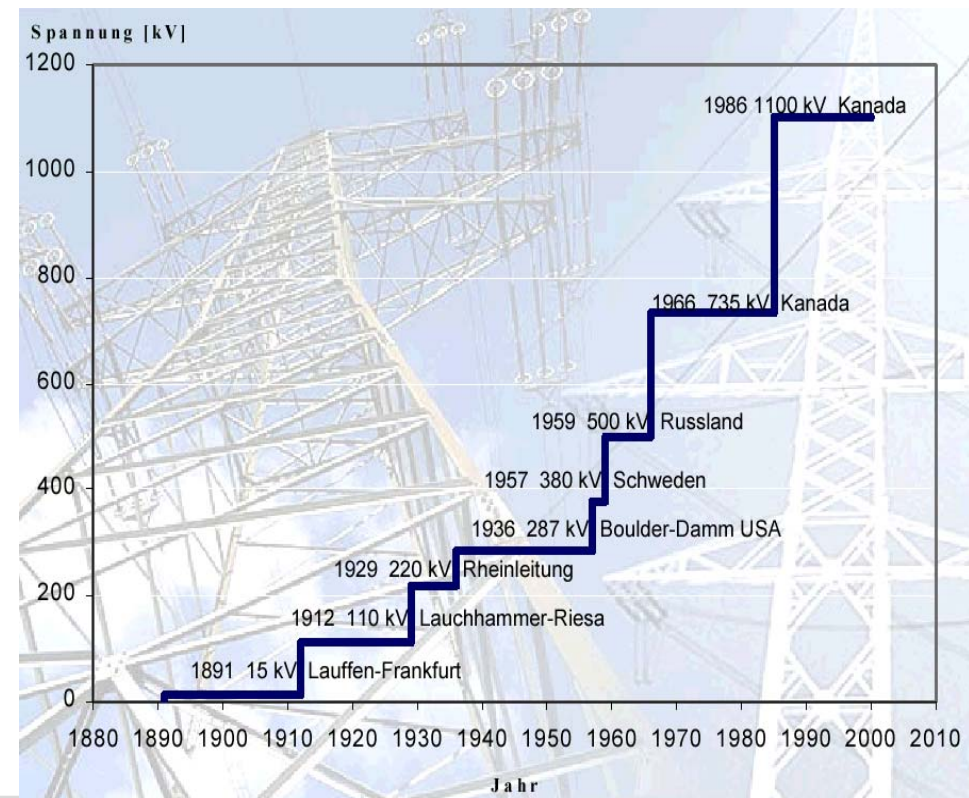
$$P = \begin{cases} \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_0 \cdot \sin(2\pi \frac{\ell}{\lambda})} \cdot \sin(\vartheta) & \text{lange Leitung (Länge } \ell, \text{ Wellenwiderstand } Z_0, \text{ Wellenlänge } \lambda) \\ \frac{U_1 \cdot U_2}{X} \cdot \sin(\vartheta) & \text{kurze Leitung (Reaktanz } X) \end{cases}$$

2. Verluste bei der Energieübertragung

$$P_V = R \cdot I^2 \quad U \uparrow \Rightarrow (P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I) \Rightarrow I \downarrow \Rightarrow P_V \downarrow$$

Derzeitige Trends:

- Übertragungsspannungen von ± 800 kV (DC) für HGÜ-Anlagen in China
- Übertragungsspannung von 1000 kV (AC) für Energiefernübertragung (China)



Spannungsbeanspruchungen von Betriebsmitteln im Netzbetrieb

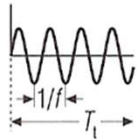
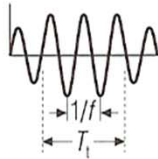
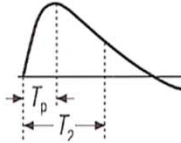
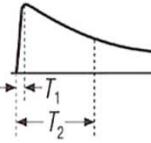
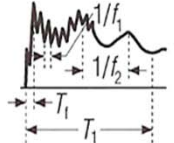
Niederfrequente Spannungen

- dauernd: Normalbetrieb
- zeitweilig: fehlerhafte Betriebszustände

Transiente Spannungen

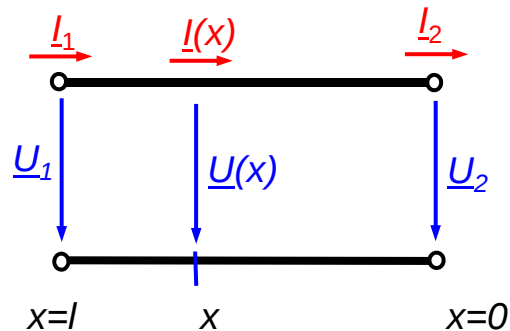
Werden unterschieden nach Anstiegszeit

- langsam (einige 100 μs)
- schnell (einige μs)
- sehr schnell (3...100ns)

Kategorie	niederfrequent		transient		
	dauernd	zeitweilig	langsamer Anstieg	schneller Anstieg	sehr schneller Anstieg
Spannungsform					
Zeitbereich	$f = 50 \text{ Hz}$ oder $f = 60 \text{ Hz}$	$10 \text{ Hz} < f < 500 \text{ Hz}$ $3600 \text{ s} \geq T_1 \geq 0,03 \text{ s}$	$5000 \mu\text{s} \geq T_p > 20 \mu\text{s}$ $T_2 \leq 20 \text{ ms}$	$20 \mu\text{s} \geq T_1 > 0,1 \mu\text{s}$ $T_2 \leq 300 \mu\text{s}$	$100 \text{ ns} \geq T_f > 3 \text{ ns}$ $0,3 \text{ MHz} < f_1 < 100 \text{ MHz}$ $30 \text{ kHz} < f_2 < 300 \text{ kHz}$ $T_1 \leq 3 \text{ ms}$
Ursachen (s. Text)		Erdfehler, Lastabwurf, Ferranti-Effekt	Schaltvorgänge, ferne Blitzeinschläge	Schaltvorgänge, direkte Blitzeinschläge	Schaltvorgänge und Fehler in gasisolierten Schaltanlagen
Genormte Spannungsform	$f = 50 \text{ Hz}$ oder $f = 60 \text{ Hz}$ T_1^a	$48 \text{ Hz} \geq f \leq 62 \text{ Hz}$ $T_1 = 60 \text{ s}$	$T_p = 250 \mu\text{s}$ $T_2 = 2500 \mu\text{s}$	$T_1 = 1,2 \mu\text{s}$ $T_2 = 50 \mu\text{s}$	^a
Genormte Spannungsprüfung		Kurzzeit-Wechselspannungsprüfung	Schaltstoß-Spannungsprüfung	Blitzstoß-Spannungsprüfung	^a

^a Festzulegen durch das zuständige Gerätekomitee.

Wanderwellen auf Leitungen



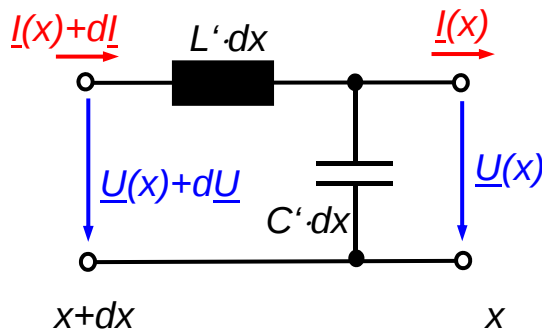
Partielles Differentialgleichungssystem:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - L' C' \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - L' C' \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0$$

Lösung:

$u_v(x-v \cdot t)$ und $i_v(x-v \cdot t)$: einem vorwärts laufenden Anteil, der sich in positive x -Richtung ausbreitet ($x > 0$),

$u_r(x+v \cdot t)$ und $i_r(x+v \cdot t)$: einem rückwärts laufenden Anteil, der sich in negative x -Richtung ausbreitet ($x < 0$).



$$u(x, t) = u_v(x - v \cdot t) + u_r(x + v \cdot t)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z} [u_v(x - v \cdot t) - u_r(x + v \cdot t)] = i_v(x - v \cdot t) + i_r(x + v \cdot t)$$

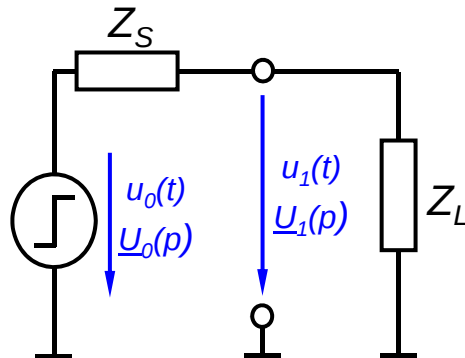
$u(x, t)$ setzt sich an jedem Ort x und zu jedem Zeitpunkt t zusammen aus

1. einer vorlaufenden Welle $u_v(x-v \cdot t)$
2. einer rücklaufenden Welle $u_r(x+v \cdot t)$

einfachste Vorstellung $u_v(x-vt)$ ist eine Rechteckwelle

$$v = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}} \quad Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Wellenersatzschaltbild, Einlauffaktor, Brechung und Reflexion (I)



Einlauffaktor:

Rechteckwelle läuft in eine Leitung ein, Quellenimpedanz ist Z_S , die Welle „sieht“ den Wellenwiderstand Z_L

$$\underline{X}(p) = \frac{\underline{U}_1(p)}{\underline{U}_0(p)} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_S} \quad \text{und} \quad X = \frac{U_1(p)}{U_0(p)} = \frac{u_1(t)}{u_0(t)} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_S}$$

$$u(x,t) = u_v + u_r$$

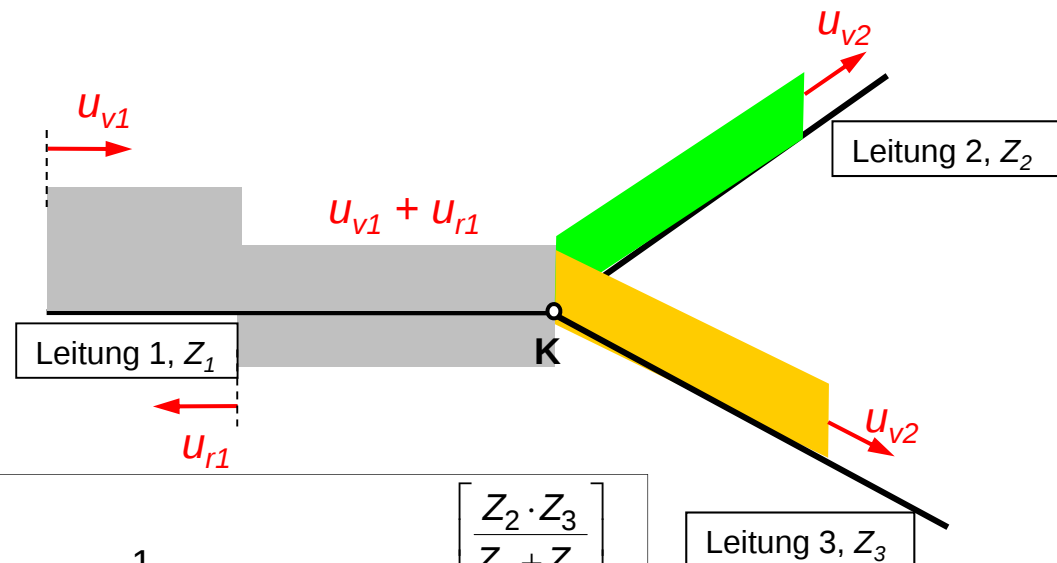
$$i(x,t) = \frac{1}{Z} [u_v - u_r] = i_v + i_r$$

Am Knotenpunkt K gilt:

$$u_{v1} + u_{r1} = u_{v2}$$

$$i_{v1} + i_{r1} = i_{v2} + i_{v3}$$

$$\text{oder} \quad \frac{u_{v1}}{Z_1} - \frac{u_{r1}}{Z_1} = \frac{u_{v2}}{Z_2} + \frac{u_{v2}}{Z_3}$$



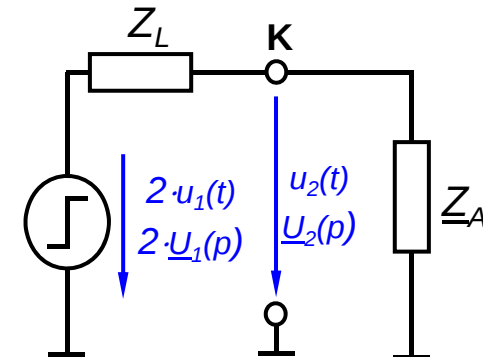
$$u_{v2} = 2 \cdot u_{v1} \cdot \frac{1}{Z_1 \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right)} = 2 \cdot u_{v1} \cdot \frac{\left[\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \right]}{Z_1 + \left[\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \right]}$$

Wellenersatzschaltbild, Einlauffaktor, Brechung und Reflexion (II)

$$u_{v2} = 2 \cdot u_{v1} \cdot \frac{\left[\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \right]}{Z_1 + \left[\frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \right]}$$

$$u_2(t) = 2 \cdot u_1(t) \cdot \frac{Z_A}{Z_L + Z_A}$$

mit $Z_A = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}$



Aus dem Wellenersatzschaltbild:

$$\underline{U}_2(p) = \frac{Z_A}{Z_L + Z_A} \cdot 2 \underline{U}_1(p) = \frac{1}{1 + \frac{Z_L}{Z_A}} \cdot 2 \underline{U}_1(p) = \underline{C}(p) \cdot \underline{U}_1(p) \quad \text{d.h.} \quad \underline{C}(p) = \frac{2}{1 + \frac{Z_L}{Z_A}}$$

$\underline{C}(p)$ wird als Brechungsfaktor bezeichnet

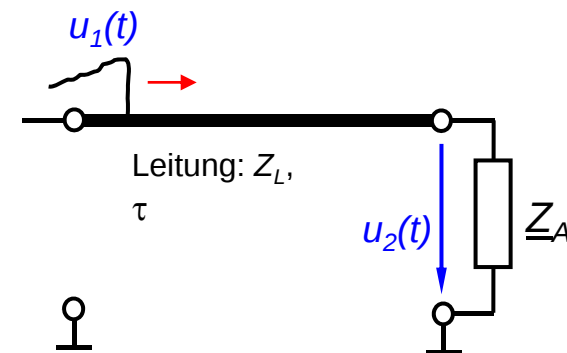
Die Spannung $\underline{U}_2(p)$ am Ende der Leitung ist die Summe aus der vorlaufenden und der rücklaufenden Welle

$$\underline{U}_2(p) = \frac{2}{1 + \frac{Z_L}{Z_A}} \cdot \underline{U}_1(p)$$

$$\underline{U}_r = \frac{1 - \frac{Z_L}{Z_A}}{1 + \frac{Z_L}{Z_A}} \cdot \underline{U}_1(p) = \underline{R}(p) \cdot \underline{U}_1(p)$$

$$= \underline{U}_v + \underline{U}_r = \underline{U}_1(p) + \underline{U}_r$$

$$\text{Reflexionsfaktor: } \underline{R}(p) = \frac{Z_A - Z_L}{Z_A + Z_L}$$



Spannungen sind auch für frequenzabhängige Impedanzen (L, C) berechenbar

Schaltüberspannungen (Innere Überspannungen)

Innere Überspannungen:
durch Schalthandlungen im
Energieversorgungsnetz
verursacht

Schaltüberspannungen sind
besonders ausgeprägt, wenn ein
Betriebsmittel über eine
Stichleitung
zugeschaltet wird

Modellierung des Transformators:

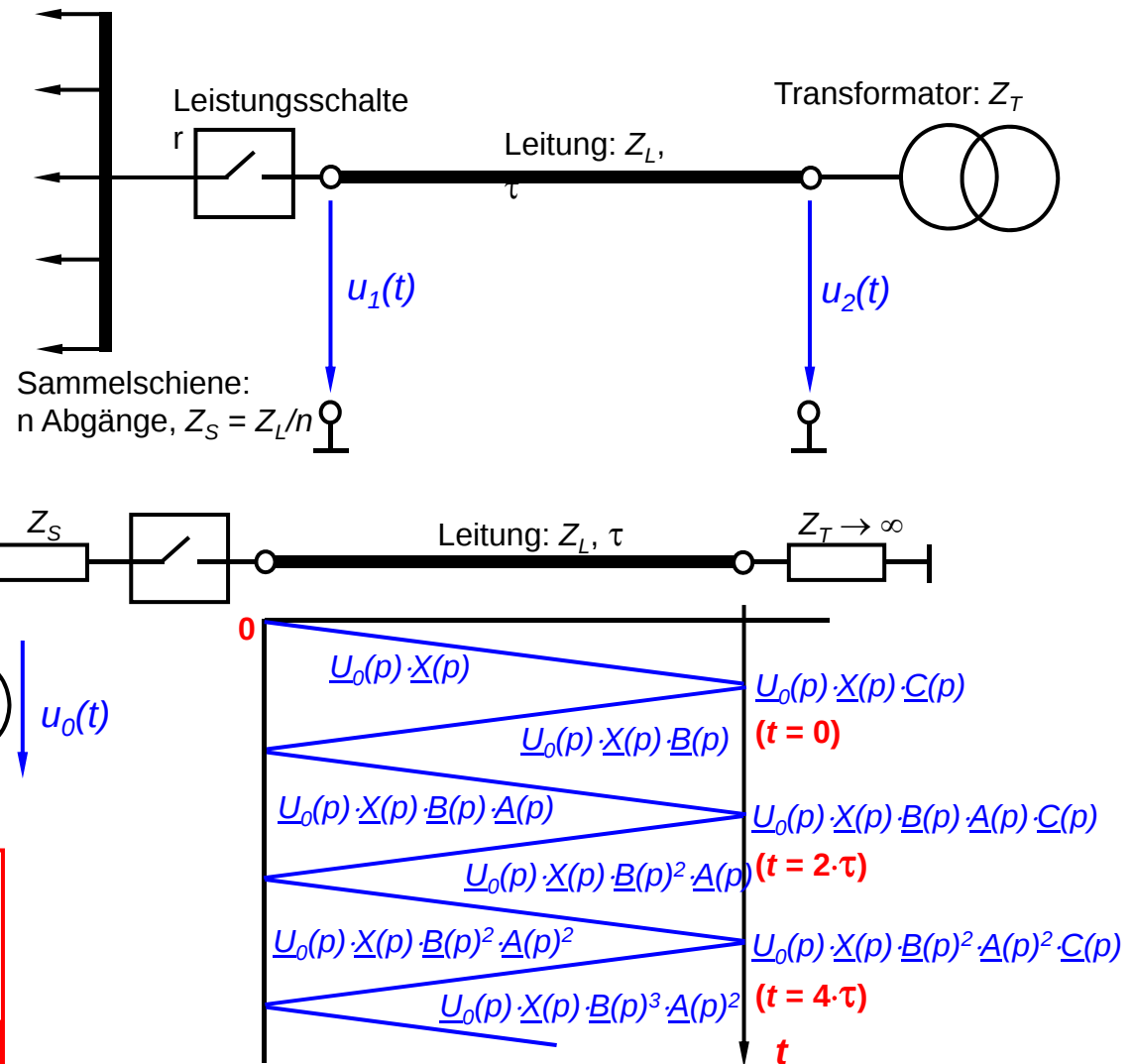
- Leerlauf, $Z_T \rightarrow \infty$
- besser: Kapazität 2...4 nF

$$\underline{A}(p) = A = \frac{Z_S - Z_L}{Z_S + Z_L} \quad \text{und} \quad \underline{X}(p) = X = \frac{Z_L}{Z_S + Z_L}$$

$$\underline{B}(p) = B = 1$$

$$\underline{C}(p) = C = 2$$

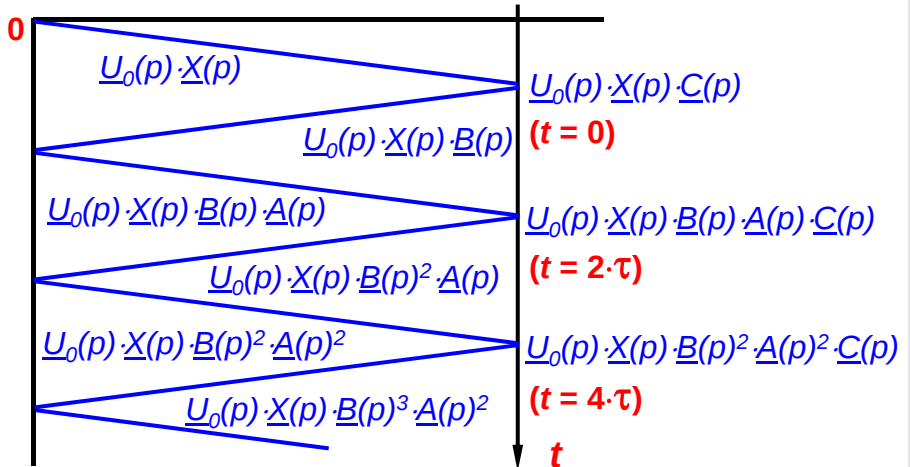
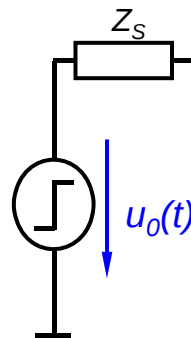
für $Z_T \rightarrow \infty$



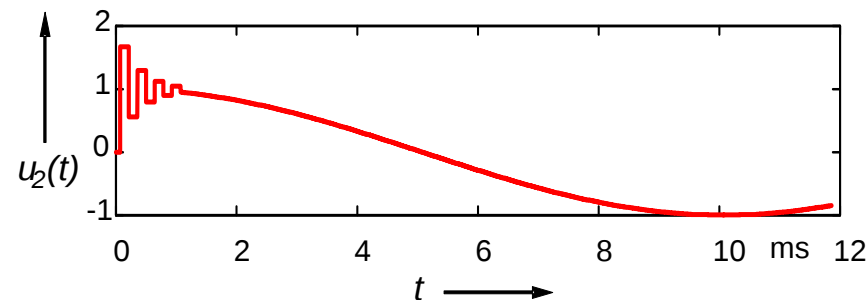
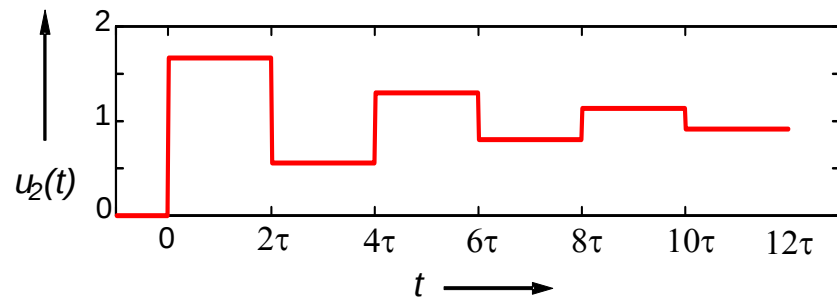
Schaltüberspannungen (Innere Überspannungen)

Spannung am Transformator:

$$\begin{aligned}
 u_2(t) = & X \cdot C \cdot [s(t) \cdot U_0] \\
 & + X \cdot C \cdot A \cdot B \cdot [s(t - 2\tau) \cdot U_0] \\
 & + X \cdot C \cdot A^2 \cdot B^2 \cdot [s(t - 4\tau) \cdot U_0] \\
 & + X \cdot C \cdot A^3 \cdot B^3 \cdot [s(t - 6\tau) \cdot U_0] \\
 & + X \cdot C \cdot A^4 \cdot B^4 \cdot [s(t - 8\tau) \cdot U_0] + \dots
 \end{aligned}$$



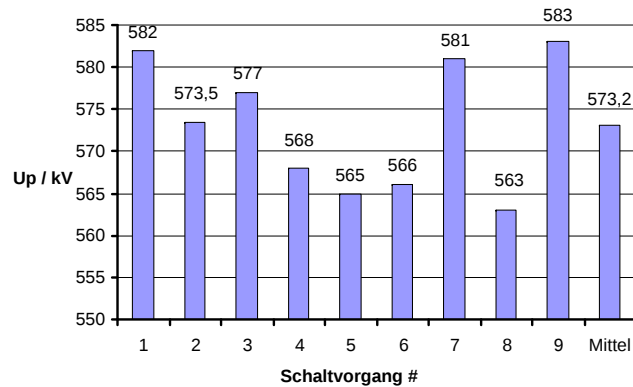
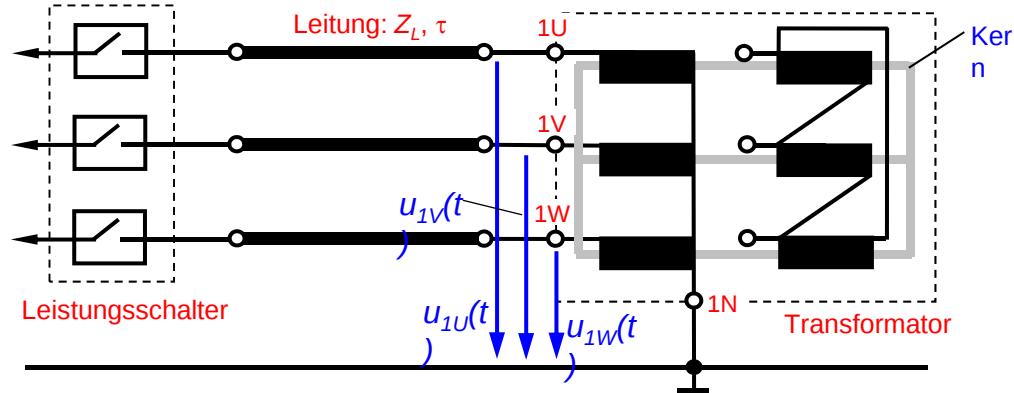
$$u_2(t) = \left[\frac{5}{3} \cdot s(t) - \frac{10}{9} \cdot s(t - 2\tau) + \frac{20}{27} \cdot s(t - 4\tau) - \frac{40}{81} \cdot s(t - 6\tau) + \frac{80}{243} \cdot s(t - 8\tau) - \dots \right] \cdot U_0$$



$$\begin{aligned}
 Z_L &= 350 \, \Omega \\
 Z_S &= 70 \, \Omega \\
 A &= -2/3 \\
 B &= 1 \\
 C &= 2 \\
 X &= 5/6
 \end{aligned}$$

$$u_2(t) = U_0 \cdot \begin{cases} \frac{5}{3} & \text{für } 0 \leq t \leq 2\tau \\ \frac{5}{3} - \frac{10}{9} & \text{für } 2\tau \leq t \leq 4\tau \\ \frac{5}{3} - \frac{10}{9} + \frac{20}{27} & \text{für } 4\tau \leq t \leq 6\tau \\ \frac{5}{3} - \frac{10}{9} + \frac{20}{27} - \frac{40}{81} & \text{für } 6\tau \leq t \leq 8\tau \\ \frac{5}{3} - \frac{10}{9} + \frac{20}{27} - \frac{40}{81} + \frac{80}{243} & \text{für } 8\tau \leq t \leq 10\tau \\ \dots & \dots \end{cases}$$

Messungen von Schaltüberspannungen

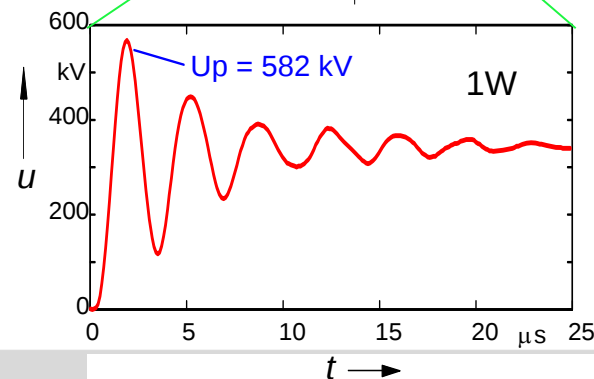
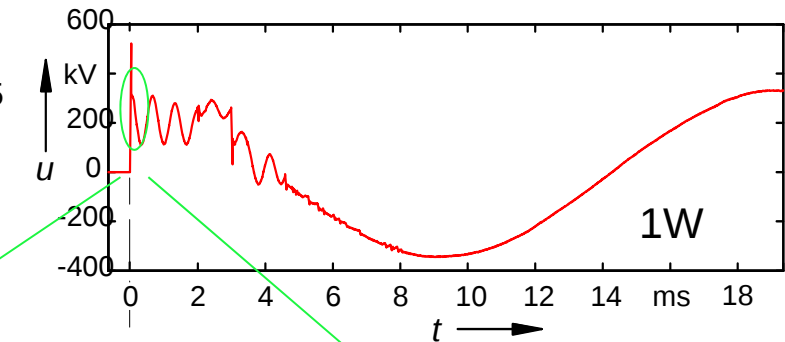
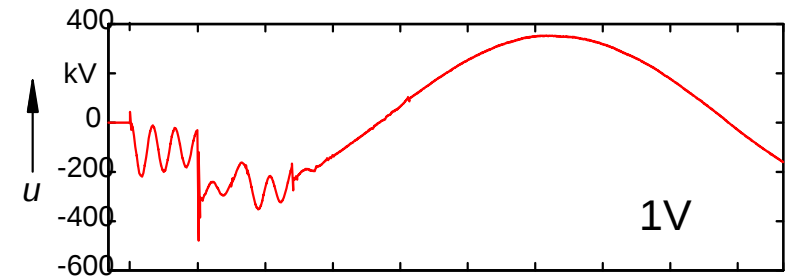
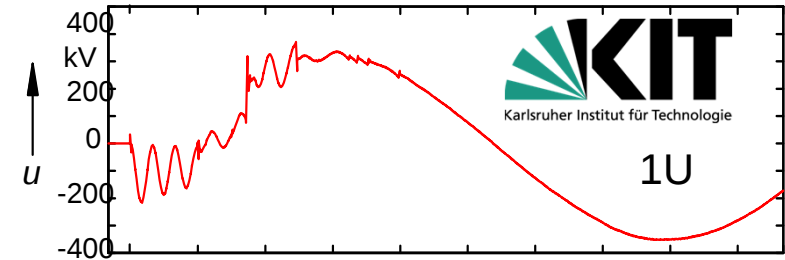


$$\frac{U_{P,mittel}}{\left(\frac{\hat{U}_N}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{573,2 \text{ kV}}{\sqrt{2} \cdot \frac{400 \text{ kV}}{\sqrt{3}}} = 1,755$$

$$u_{2,max} = X \cdot C \cdot U_0$$

$$= 2 \cdot \frac{Z_L}{Z_L + Z_S} \cdot U_0$$

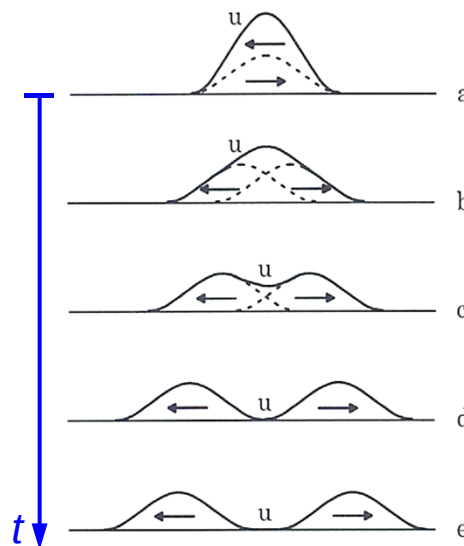
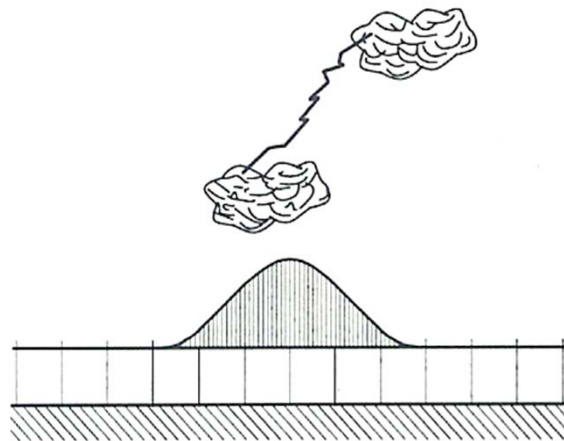
$$\frac{u_{2,max}}{U_0} = 2 \cdot \frac{350 \Omega}{350 \Omega + 70 \Omega} = 1,67$$



Blitzüberspannungen

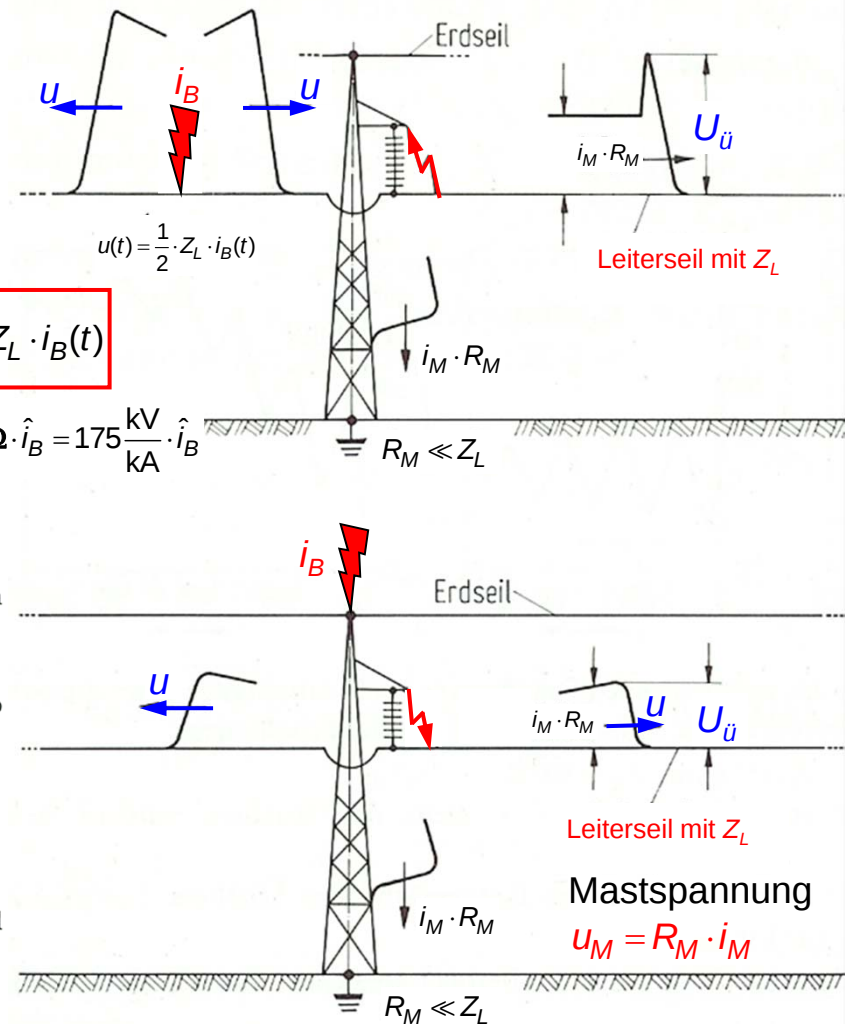
Ursachen für äußere Überspannungen sind

- direkter Blitzeinschlag in das Leiterseil einer Freileitung,
- Blitzeinschlag in ein geerdetes Anlagenteil mit rückwärtigem Überschlag auf den Betriebsstromkreis,
- induzierte Spannungen infolge von nahen Blitzeinschlägen



$$u(t) = \frac{1}{2} \cdot Z_L \cdot i_B(t)$$

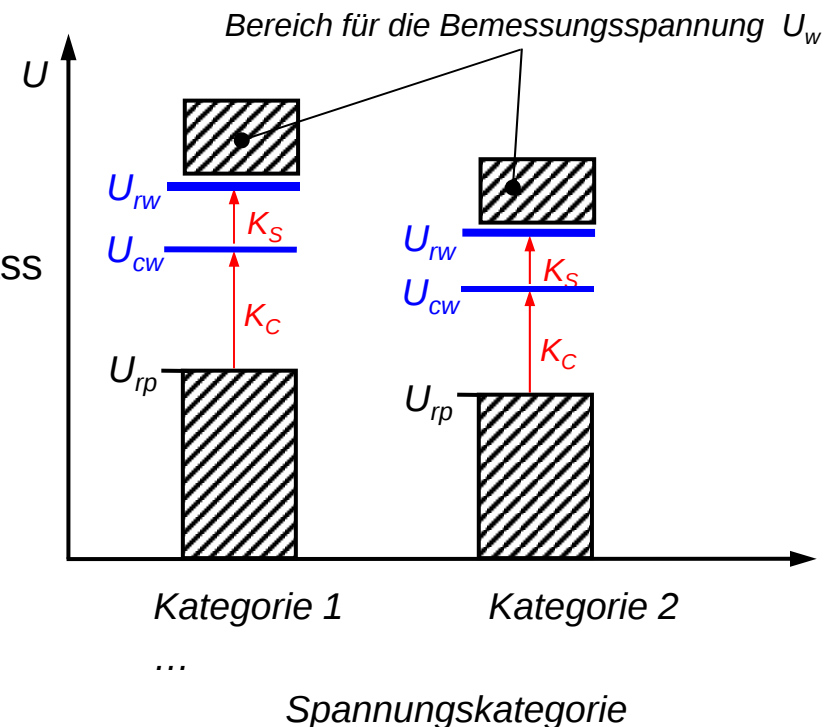
$$\hat{u} = \frac{1}{2} \cdot 350 \Omega \cdot \hat{i}_B = 175 \frac{\text{kV}}{\text{kA}} \cdot \hat{i}_B$$



Isolationskoordination (I)

Ziel der Isolationskoordination:

Abstimmung der Spannungsfestigkeit von Betriebsmitteln mit den im Netz auftretenden Überspannungen und den sonstigen Randbedingungen (Gewitterwahrscheinlichkeit), so dass die Durchschlagwahrscheinlichkeit auf ein wirtschaftlich und betriebstechnisch sinnvolles Maß reduziert wird



1. Bestimmung der repräsentativen Überspannungen U_{rp}

Bestimmung der Überspannungen in den Spannungskategorien

- niederfrequente Spannungen (dauernd, zeitweilig)
- transiente Spannungen (langsam, schnell, sehr schnell)

für Normalbetrieb und Störungen (Erdfehler, Lastabwurf, Resonanzerscheinungen etc.)

z. B. aus Netzanalysen und -berechnungen oder Messungen

Isolationskoordination (II)

2. Bestimmung der Koordinations-Stehspannungen U_{cw}

Die Koordinations-Stehspannungen ergeben sich durch

$$U_{cw} = K_C \cdot U_{rp}$$

Durch U_{cw} wird die elektrische Festigkeit des Isolationssystems so festgelegt, dass sich im Netzbetrieb akzeptable Ausfälle (Durchschlagsraten) ergeben

K_C wird aus statistischen Betrachtungen bestimmt

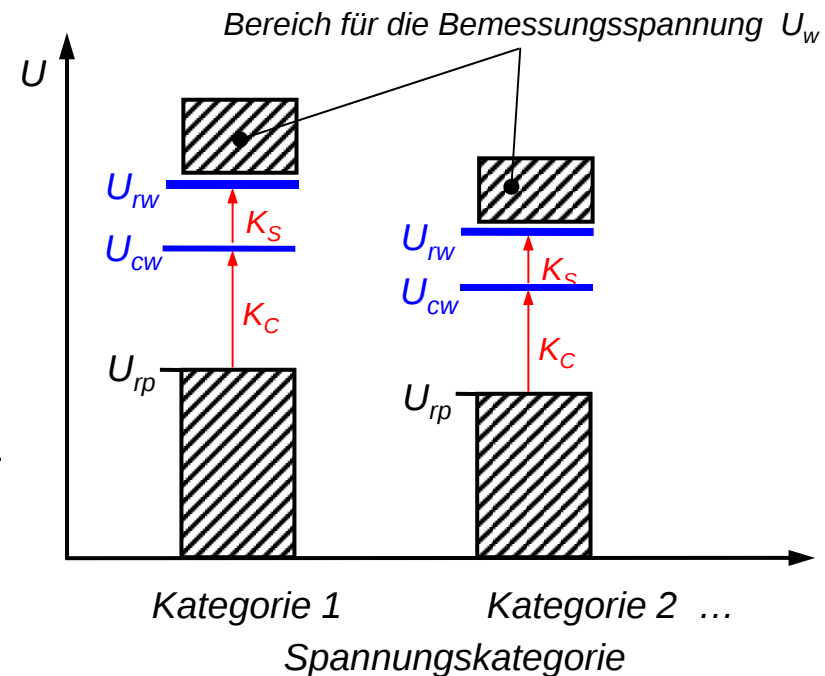
3. Bestimmung der Stehspannungen U_{rw}

Der Faktor K_S berücksichtigt Unterschiede zwischen Betriebs- und Prüfbedingungen

Dies sind

- unterschiedliche atmosphärische Bedingungen (Luftdruck, Luftfeuchtigkeit)
- Fertigungstoleranzen, Streuung der Produktqualität
- Degradation des Isolationssystems durch Alterung

$$K_S = \begin{cases} 1,15 & \text{innere Isolierung} \\ 1,05 & \text{äußere Isolierung} \end{cases}$$



$$U_{rw} = K_S \cdot U_{cw} = K_S \cdot K_C \cdot U_{rp}$$

Isolationskoordination (III)

4. Auswahl eines genormten Isolationspegels

(Bemessungsspannung) U_w

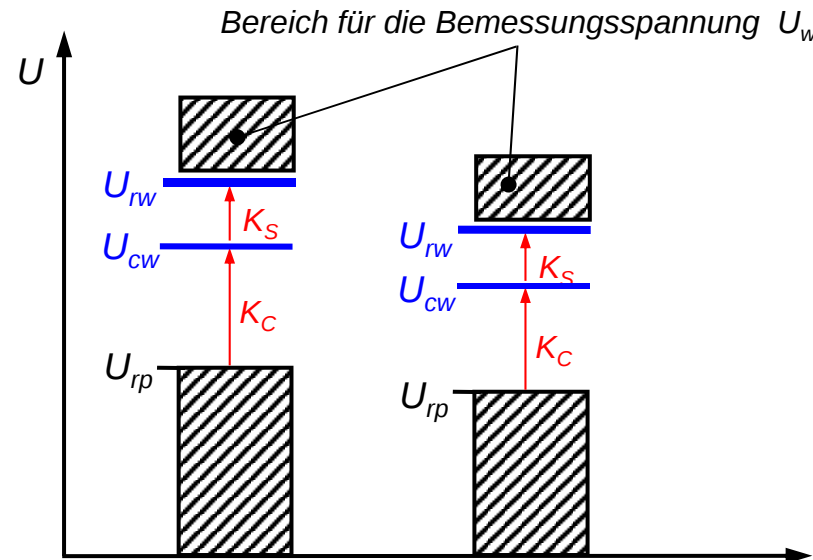
Auswahl der Bemessungsspannungen U_w aus genormten Werten für die verschiedenen Spannungskategorien so, dass für alle erforderlichen Stehspannungen gilt: $U_w > U_{rw}$

($U_m > 245 \text{ kV}$)

Höchste Spannung für Betriebsmittel U_m kV Effektivwert	Bemessungs-Schaltstoßspannung			Bemessungs-Blitzstoßspannung kV Scheitelwert
	Längsisolation (Anmerkung 1) kV Scheitelwert	Leiter-Erde kV Scheitelwert	Verhältnis Leiter-Leiter zu Leiter-Erde Scheitelwert	
300	750	750	1,50	859 950
	750	850	1,50	950 1050
362	850	850	1,50	950 1050
	850	950	1,50	1050 1175

Prüfspannungspegel

Kombination von Bemessungsspannungen U_w
= Isolationspegel
dem zugeordnet ist eine Spannung U_m
(höchste Spannung für Betriebsmittel)



Kategorie 1

Kategorie 2

...

Spannungskategorie

($1 \text{ kV} < U_m \leq 245 \text{ kV}$)

Höchste Spannung für Betriebsmittel U_m kV Effektivwert	Bemessungs-Kurzzeit-Wechselspannung kV Effektivwert	Bemessungs-Blitzstoßspannung kV Scheitelwert
3,6	10	20 40
7,2	20	40 60
12	28	60 75 95

Beanspruchung von Isolationssystemen durch das elektrische Feld

Die Maxwell'schen Gleichungen

Durchflutungsgesetz (Ladungserhaltung)

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_A \left[\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right] \cdot d\mathbf{A}$$

Induktionsgesetz

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Magnetisches Feld ist quellenfrei

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Elektrisches Feld ist ein Quellenfeld

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad \int_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \int_V \rho \cdot dV$$

Materialgleichungen: $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mathbf{E}$ $\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \mathbf{H}$ $\mathbf{J} = \kappa \cdot \mathbf{E}$

Statische, stationäre und langsam veränderliche Felder

Das elektrische Feld kann als Quellenfeld angesehen werden, ein induziertes elektrisches Feld tritt nicht auf bzw. kann vernachlässigt werden
 $\Rightarrow$ kein magnetisches Feld

Aus $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ oder $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$
folgt für das Potential

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_0 - \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad \text{oder} \quad \mathbf{E} = -\text{grad } \varphi$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad \int_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q = \int_V \rho \cdot dV$$

Poisson-Gleichung $\text{div grad } \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} = \Delta \varphi$

Laplace-Gleichung $\Delta \varphi = 0$ $\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$

analytische Verfahren

- **Direkte Lösung der Poisson-Gleichung oder der Laplace-Gleichung:**

Direkte Integration der Laplace- oder Poisson-Gleichung, jedoch nur für einfache Geometrien anwendbar

- **Ladungsverfahren:**

Mit der Beziehung $\int_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q$

lassen sich zylinder- und kugelsymmetrische Anordnungen sehr einfach berechnen.

Zunächst wird eine unbekannte Ladung Q auf den Elektroden angenommen, dann wird die dielektrische Verschiebung D und die elektrische Feldstärke E berechnet. Die Spannung U ist das Wegintegral über die Feldstärke E , dadurch kann die unbekannte Ladung Q eliminiert werden

- **Konforme Abbildung:**

Teilbereich der Funktionentheorie komplexer Veränderlicher

Idee: Transformation einer komplizierten Geometrie in der x - y -Ebene in die u - v -Ebene dort einfach lösbar, dann Rücktransformation

Konforme Abbildung war von Bedeutung bis numerische Verfahren aufkamen

numerische Verfahren

- **Ersatzladungsverfahren:**

es werden punktförmige Ersatzladungen so definiert, dass sich durch Überlagerung der Ersatzladungen an den Elektrodenkonturen Äquipotentialflächen und damit definierte Potentiale ergeben

- **Finite-Differenzen-Verfahren:**

Der Feldraum wird diskretisiert, durch Diskretisierung der Potentialgleichung (Poisson- oder Laplace-Gleichung) kann diese schrittweise gelöst werden

- **Finite-Elemente-Verfahren:**

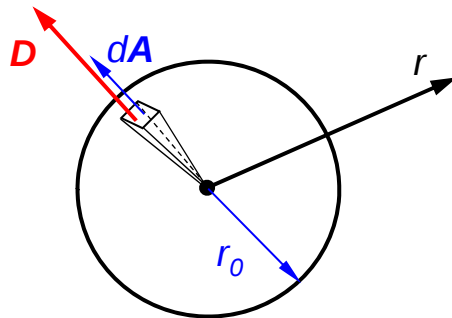
Das am weitesten verbreitete Verfahren zur Lösung der Potentialgleichung, eignet sich für viele Arten von Strömungsfeldern (thermische, magnetische, elektrische, ...)

Kugelsymmetrische Isoliersysteme

– Abschirmelektroden (I)

Auf einer Metallkugel mit dem Radius r_0 befindet sich die Ladung Q

$$Q = \int_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = D(r) \cdot 4\pi \cdot r^2 = (E(r) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r) \cdot 4\pi \cdot r^2$$



außerhalb der Kugelelektrode in der Luft mit $\epsilon_{r,\text{Luft}} \approx 1$:

Elektrische Feldstärke:
$$E(r) = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Potential:
$$\varphi(r) = \varphi(r) = \varphi_0 - \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \varphi_0 - \int_{r_0}^r E(r) \cdot dr = \varphi_0 - \int_{r_0}^r \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \cdot dr$$

$$= \varphi_0 - \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_0}^r = \varphi_0 - \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} \right)$$

$$= \varphi_0 + \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

Zwischen den Elektroden eines Kugelkondensators mit den Radien R_i und R_a liegt die Spannung U :

$$U = \varphi(R_i) - \varphi(R_a) = \varphi_0 - \varphi_0 - \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_i} \right) = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} \right)$$

Kugelsymmetrische Isoliersysteme – Abschirmelektroden (II)

Zwischen den Elektroden eines
Kugelkondensators mit den Radien R_i
und R_a liegt die Spannung U :

$$U = \varphi(R_i) - \varphi(R_a) = \varphi_0 - \varphi_0 - \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_i} \right) = \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} \right)$$

Kapazität eines
Kugelkondensators:

$$C = \frac{|Q|}{|U|} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} \right)} = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \frac{R_a \cdot R_i}{R_a - R_i}$$

Kapazität einer Kugelelektrode im
freien Raum, d. h. für $R_a \rightarrow \infty$:

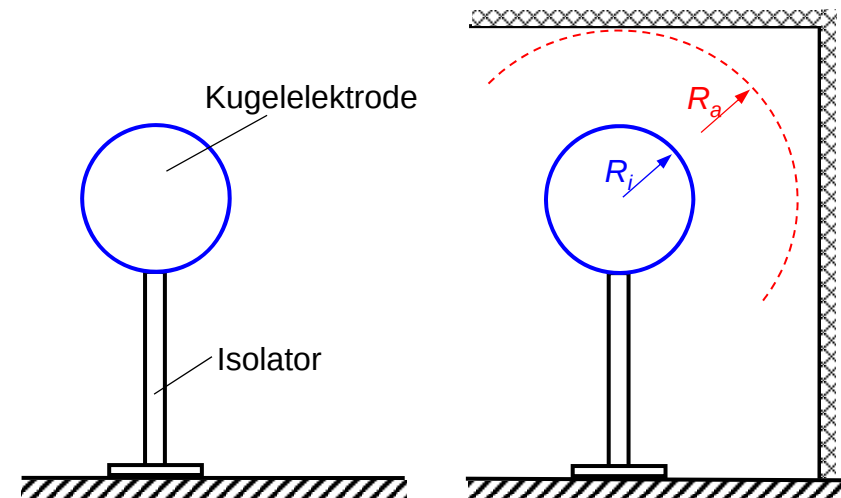
$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} \right)} \Bigg|_{R_a \rightarrow \infty} = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R_i$$

Feldstärke $E(r)$ in einem Kugelkondensator

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0}{\left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} \right)} \cdot U = U \cdot \frac{R_a \cdot R_i}{R_a - R_i} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Maximale Feldstärke
 $E_{\max}$ an der inneren
Elektrode

$$E_{\max} = E(r = R_i) = \frac{U}{R_a - R_i} \cdot \frac{R_a}{R_i}$$

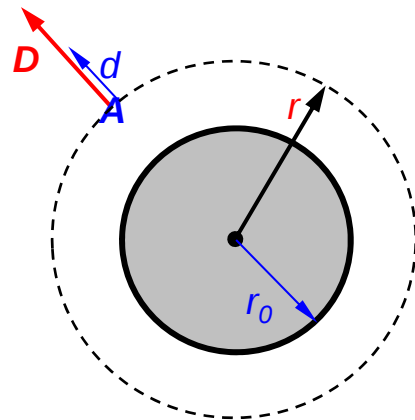


Zylindersymmetrische Isoliersysteme

– Kabel und Durchführungen (I)

Auf einer Zylinder mit dem Radius r_0 befindet sich die Ladung Q

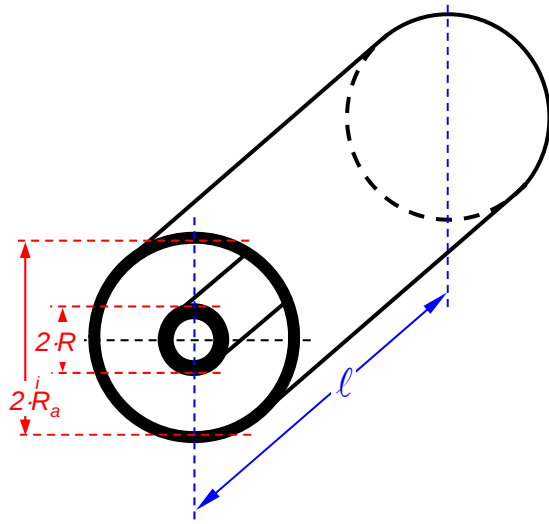
$$Q = \int_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = D(r) \cdot 2\pi \cdot r \cdot \ell = (E(r) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r) \cdot 2\pi \cdot r \cdot \ell$$



außerhalb der Kugelelektrode in der Luft mit $\epsilon_{r,\text{Luft}} \approx 1$:

Elektrische Feldstärke:
$$E(r) = \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r}$$

Potential:
$$\begin{aligned} \varphi(r) &= \varphi_0 - \int_{r_0}^r E(r) \cdot dr = \varphi_0 - \int_{r_0}^r \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r} \cdot dr = \varphi_0 - \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot [\ln r]_{r_0}^r \\ &= \varphi_0 - \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) \end{aligned}$$



Zwischen den Elektroden eines Zylinderkondensators mit den Radien R_i und R_a liegt die Spannung U :

$$U = \varphi(R_i) - \varphi(R_a) = \varphi_0 - \varphi_0 + \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right) = \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$$

Zylindersymmetrische Isoliersysteme

– Kabel und Durchführungen (II)

Zwischen den Elektroden eines Zylinderkondensators mit den Radien R_i und R_a liegt die Spannung U :

$$U = \varphi(R_i) - \varphi(R_a) = \varphi_0 - \varphi_0 + \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right) = \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)$$

Kapazität eines Zylinderkondensators:

$$C = \frac{|Q|}{|U|} = \frac{Q}{\frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} = 2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \ell \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)}$$

Potential im Feldraum zwischen den beiden Elektroden

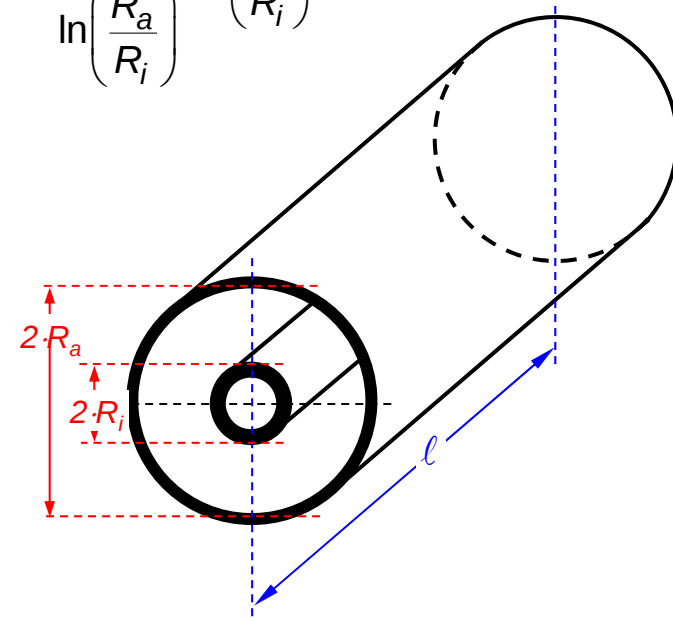
$$\varphi(r) = \varphi_0 - \frac{U}{\ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{R_i}\right)$$

Feldstärke $E(r)$ in einem Zylinderkondensator

$$E(r) = \frac{Q/\ell}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r} = \frac{U}{\ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} \cdot \frac{1}{r}$$

Maximale Feldstärke $E_{\max}$ an der inneren Elektrode

$$E_{\max} = E(r = R_i) = \frac{U}{\ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} \cdot \frac{1}{R_i}$$



Radialfeldkabel

Feldstärke $E(r)$ und Äquipotentiallinien
im Bereich des Isoliersystems

Innere Leitschicht: Spannung U

Äußere Leitschicht: Erdpotential

N Äquipotentiallinien

(inkl. $\varphi = 0$ und $\varphi = U$)

$$\Delta U = \frac{U}{N-1}$$

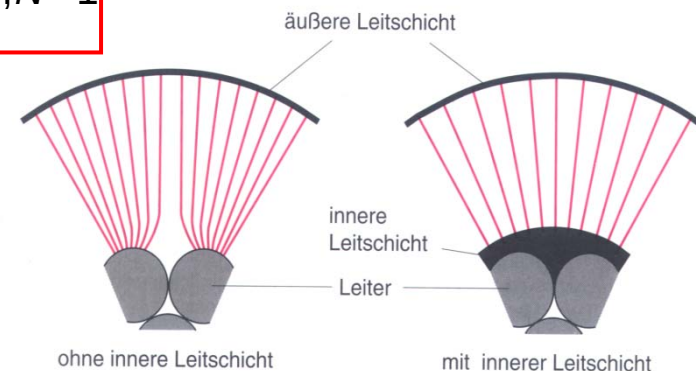
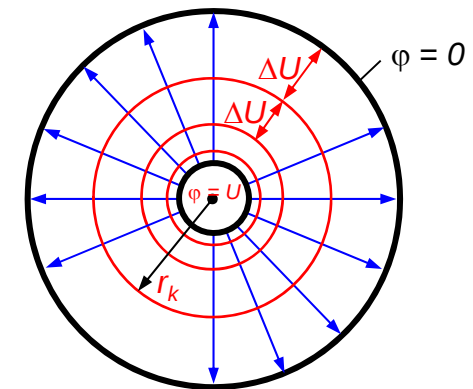
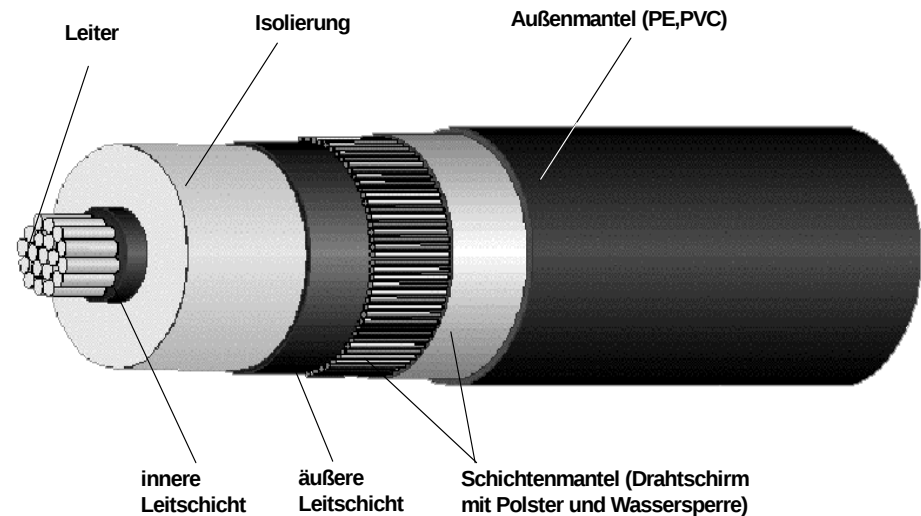
$$\varphi(r_k) = \varphi_0 - \frac{U}{\ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r_k}{R_i}\right) = \varphi_0 - k \cdot \frac{U}{N-1} \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, N-1$$

und $\varphi(r = R_i) = \varphi_0 = U$

$$r_k = R_i \cdot e^{\frac{k}{N-1} \cdot \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} \quad \text{und} \quad \varphi(r_k) = U \cdot \left(1 - \frac{k}{N-1}\right) \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, N-1$$

Funktion der Leitschichten:

Verringerung der elektrischen Feldstärke an den
Einzel-drähten des Innenleiters und am äußeren
Drahtschirm



Hochspannungsdurchführungen

Aufgabe der Durchführung:

Einbringendes Hochspannungspotentials in das Innere eines geerdeten Gehäuses

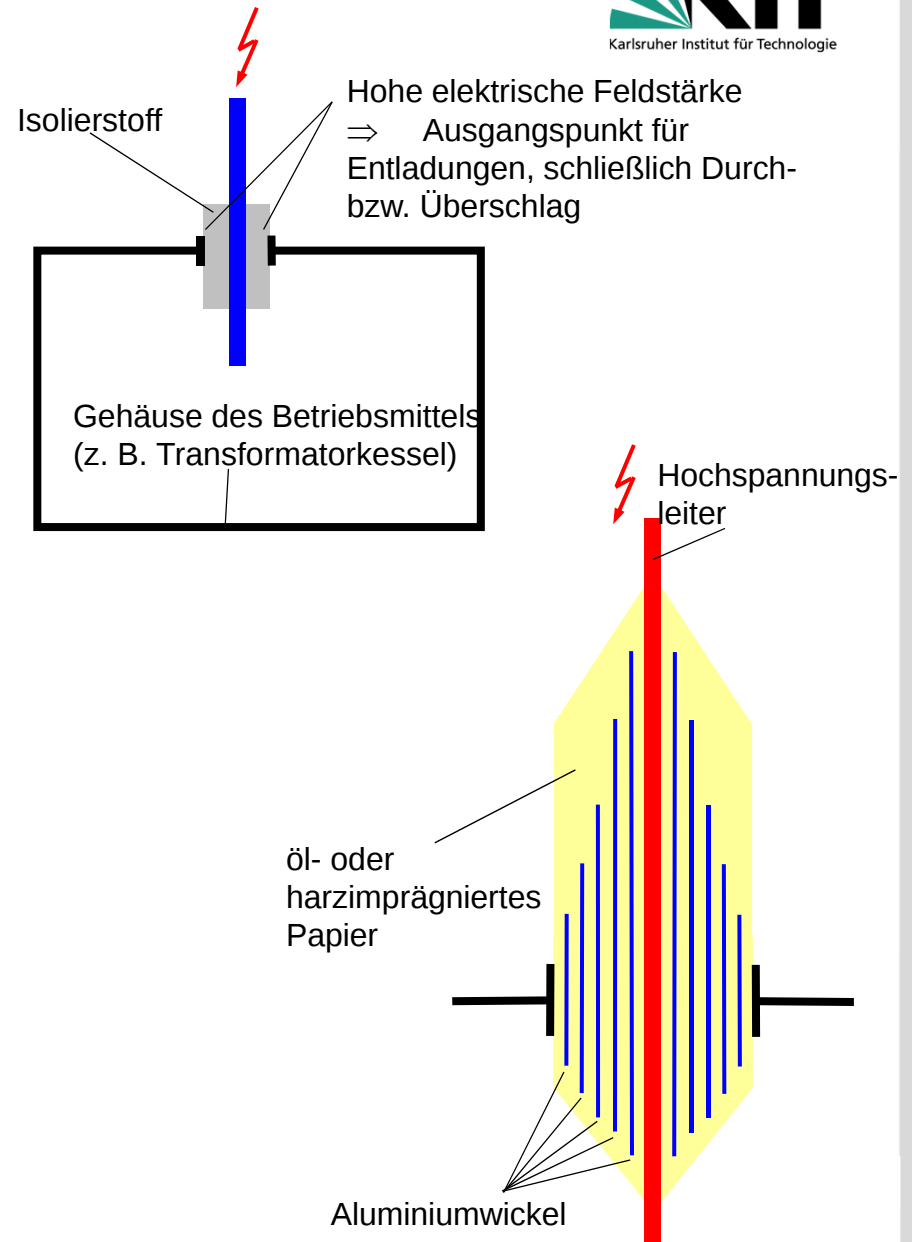
Einfache Konstruktion:

hohe Feldstärken an den Rändern des Kessels, dadurch Entladungen, d. h. Zerstörung des Isolierstoffs schließlich Durch- oder Überschlag der Isolierung

Deshalb:

gezielte Steuerung des Potentials durch Aluminiumfolien bei definierten Radien und mit definierten Längen

⇒ Aluminiumwickel sind Äquipotentialflächen



Kapazitive Absteuerung bei Kondensatordurchführungen

Kapazität C_k zwischen den Aluminiumwickeln k und $k+1$

$$C_k = 2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{\ell_{k+1}}{\ln\left(\frac{r_{k+1}}{r_k}\right)}$$

mit $k = 0, 1, \dots, N-1$

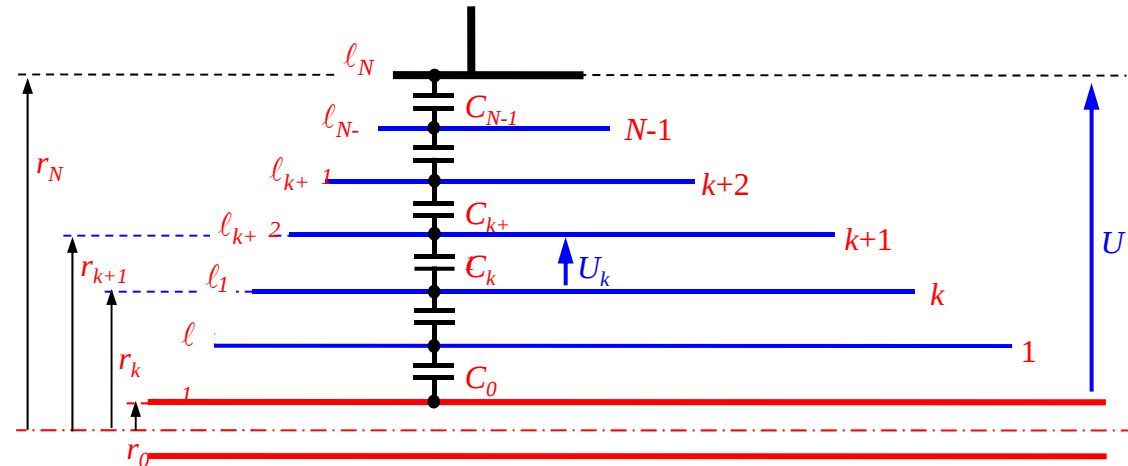
Gesamte Kapazität C der Anordnung
(Reihenschaltung aller C_k)

$$C = \frac{1}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{C_k}} = \frac{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{1}{\ell_{k+1}} \cdot \ln\left(\frac{r_{k+1}}{r_k}\right) \right]}$$

elektrische Feldstärke zwischen den Aluminiumwickeln k und $k+1$

$$E_k(r) = \frac{U_k}{\ln\left(\frac{r_{k+1}}{r_k}\right)} \cdot \frac{1}{r} = \frac{U}{\ell_{k+1} \cdot \sum_{j=0}^{N-1} \left[\frac{1}{\ell_{j+1}} \cdot \ln\left(\frac{r_{j+1}}{r_j}\right) \right]} \cdot \frac{1}{r}$$

mit $k = 0, 1, \dots, N-1$



Kondensatorkette: durch alle Kondensatoren fließt derselbe Strom: $I = \omega \cdot C_k \cdot U_k = \omega \cdot C \cdot U$

$$U_k = \frac{1}{C_k} \cdot C \cdot U = \frac{\ln\left(\frac{r_{k+1}}{r_k}\right)}{\ell_{k+1}} \cdot \frac{1}{\sum_{j=0}^{N-1} \left[\frac{1}{\ell_{j+1}} \cdot \ln\left(\frac{r_{j+1}}{r_j}\right) \right]} \cdot U \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, N-1$$

Maximal-Feldstärke zwischen den Wickeln k und $k+1$ direkt am Wickel k

$$E_{k,\max} = E_k(r = r_k) = \frac{U}{\sum_{j=0}^{N-1} \left[\frac{1}{\ell_{j+1}} \cdot \ln\left(\frac{r_{j+1}}{r_j}\right) \right]} \cdot \frac{1}{r_k \cdot \ell_{k+1}}$$

Dimensionierung von Kondensatordurchführungen (I)

Forderung:

konstante Maximalfeldstärke E_{max}
in radialer Richtung für alle
Aluminiumwickel

$$E_{max} = \frac{U}{\sum_{j=0}^{N-1} \left[\frac{1}{\ell_{j+1}} \cdot \ln \left(\frac{r_{j+1}}{r_j} \right) \right]} \cdot \frac{1}{r_k \cdot \ell_{k+1}}$$

$$= U \cdot \frac{C}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r_k \cdot \ell_{k+1}}$$

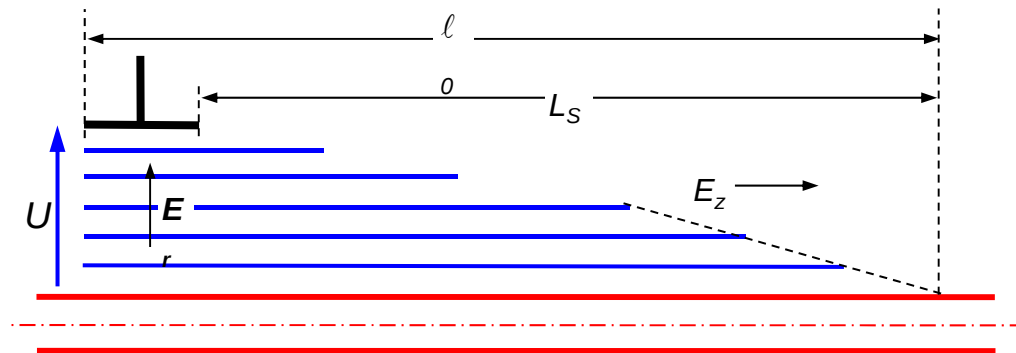
oder

$$\frac{1}{r_k \cdot \ell_{k+1}} = const. \quad \text{und damit}$$

$$r_k \cdot \ell_{k+1} = const. \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, N-1$$

Problem: nichtlineare Spannungsverteilung entlang der Oberfläche des Papierwickels, elektrische Festigkeit ist aber an Oberflächen meist geringer

Deshalb: Oft strebt man eine lineare Spannungsverteilung an der Oberfläche des Papierwickels an



$$\Delta U = \frac{1}{\Delta C} \cdot C \cdot U = \frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{\ln \left(\frac{r + \Delta r}{r} \right)}{\ell} = \frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{\ln \left(1 + \frac{\Delta r}{r} \right)}{\ell}$$

$$C_k = 2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{\ell_k}{\ln \left(\frac{r_{k+1}}{r_k} \right)} \quad \ln \left(1 + \frac{\Delta r}{r} \right) \approx \frac{\Delta r}{r} \approx \frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{\Delta r}{\ell \cdot r}$$

Grenzübergang $\Delta U \rightarrow dU$, $\Delta r \rightarrow dr$ und $\Delta \ell \rightarrow d\ell$,

$$dU = \frac{1}{dC} \cdot C \cdot U \approx \frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{dr}{\ell \cdot r}$$

Dimensionierung von Kondensatordurchführungen (II)

$$dU = \frac{1}{dC} \cdot C \cdot U \approx \frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{dr}{\ell \cdot r}$$

$$E_r = \frac{dU}{dr} = \frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{dr}{\ell \cdot r} \cdot \frac{1}{dr} = \frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{\ell \cdot r}$$

$$E_z = -\frac{dU}{d\ell} = -\frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{dr}{\ell \cdot r} \cdot \frac{1}{d\ell}$$

$$= -\frac{C \cdot U}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{\ell \cdot r} \cdot \frac{dr}{d\ell}$$

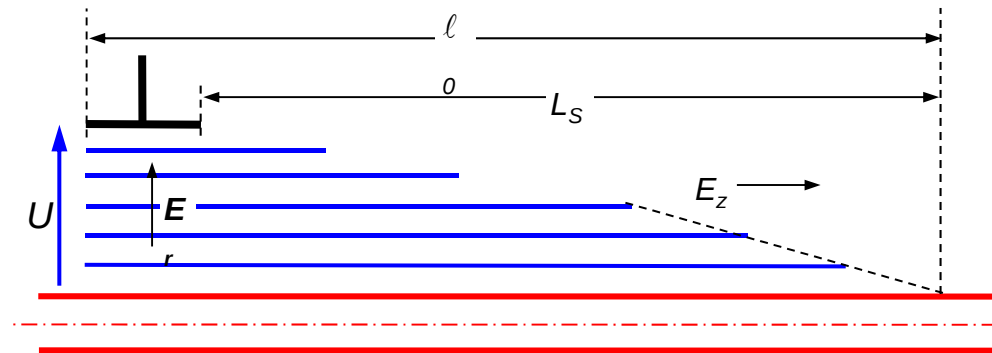
Die Forderung $E_z = \text{const.} = \frac{U}{L_S}$

führt über Trennung der Variablen

$$-\frac{C \cdot L_S}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{dr}{r} = \ell \cdot d\ell$$

und Integration von $(\text{äußerer Erdbelag: } \ell_N, r_N)$

$$-\frac{C \cdot L_S}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \int_{r_N}^r \frac{dr}{r} = \int_{\ell_N}^{\ell} \ell \cdot d\ell$$



auf die Lösung $\frac{C \cdot L_S}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \ln\left(\frac{r_N}{r}\right) = \frac{1}{2}(\ell^2 - \ell_N^2)$

Gesamte Kapazität C der

Anordnung: Integration bis

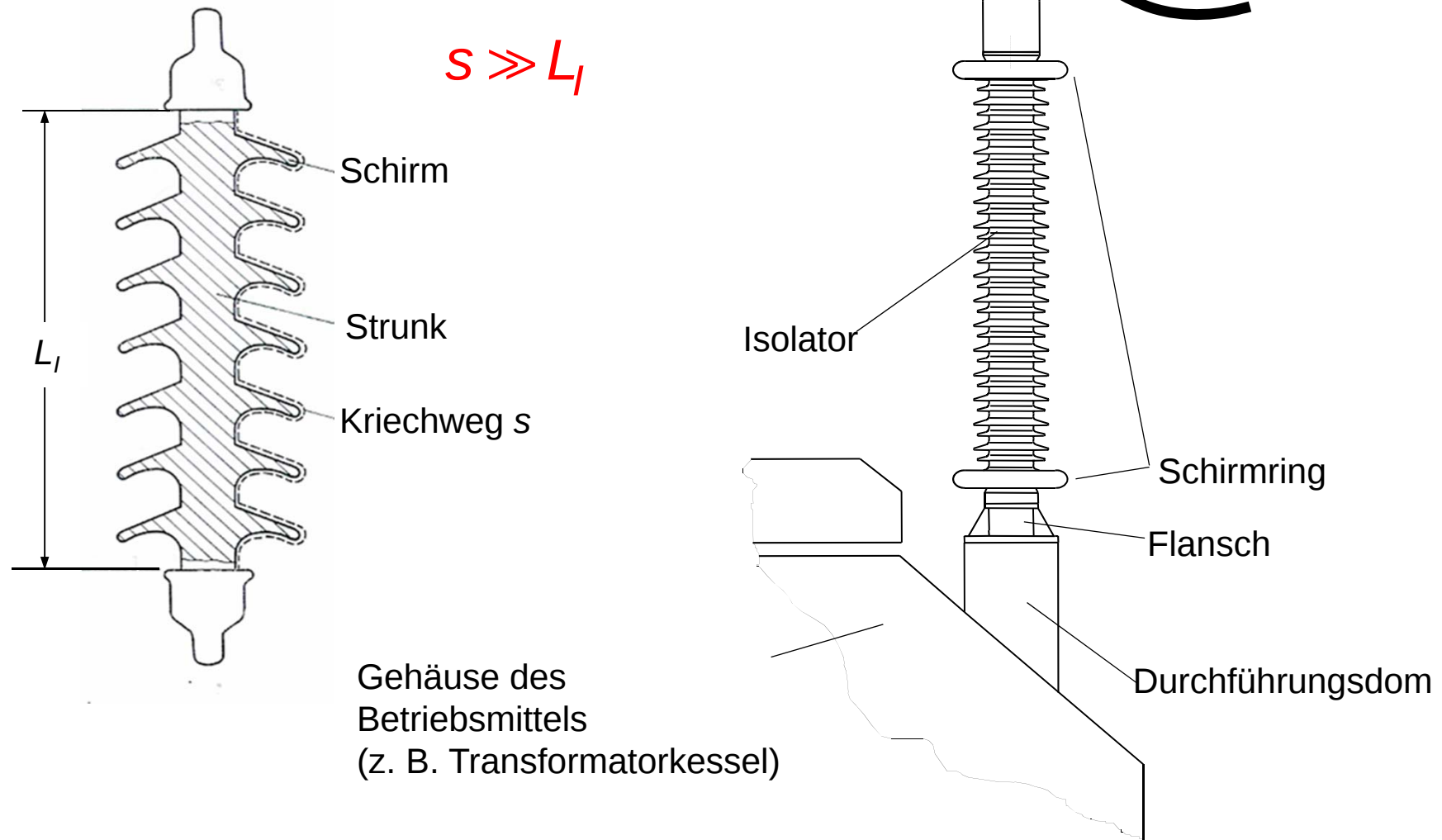
zum Radius r_0 und zur Länge ℓ_0

$$C = \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{L_S \cdot \ln\left(\frac{r_N}{r_0}\right)} \cdot (\ell_0^2 - \ell_N^2)$$

Längen ℓ der Wickel abhängig von deren Radien r

$$\ell = \sqrt{\ell_N^2 + \left(\ell_0^2 - \ell_N^2\right) \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_N}{r}\right)}{\ln\left(\frac{r_N}{r_0}\right)}}$$

Äußerer Isolator von Durchführungen



Bedingungen für D (dielektrische Verschiebung) und E (elektrische Feldstärke) an Grenzflächen

$$E_{t2} = E_{t1}$$

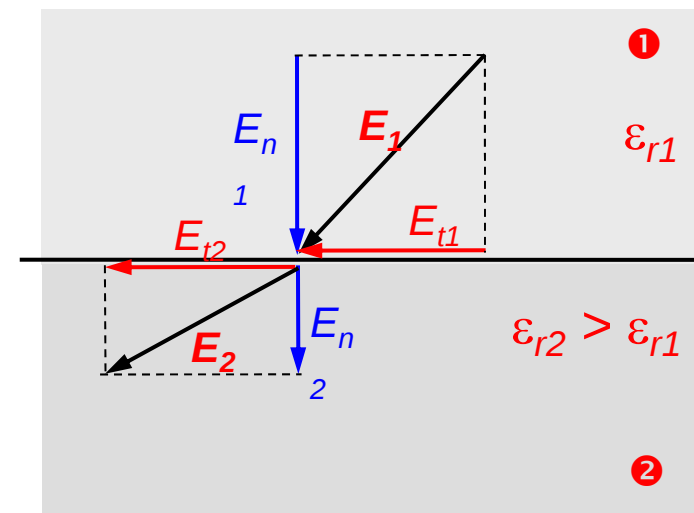
Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke ist stetig

$$D_{n2} = D_{n1} + \sigma$$

Normalkomponente der dielektrischen Verschiebung ist stetig, falls keine freien Ladungen vorliegen, ansonsten springt sie um die Flächenladung σ

ohne freie Ladungen

$$E_{n2} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \cdot E_{n1} + \frac{\sigma}{\epsilon_{r2}} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \cdot E_{n1}$$



Quer geschichtete Dielektrika bei Gleich- und Wechselspannung

Bei Wechselspannung:

Spannungsaufteilung wird durch die Dielektrizitätszahlen bestimmt

Aus der Anordnung und der Grenzbedingung:

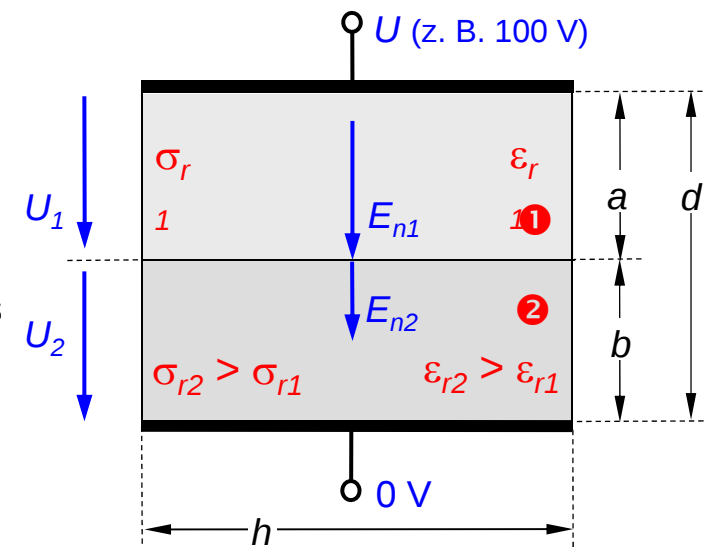
$$U = U_1 + U_2 \quad E_{n1} = \frac{U_1}{a} \quad E_{n2} = \frac{U_2}{b} \quad E_{n2} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \cdot E_{n1}$$

Daraus: $E_{n1} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r2} \cdot a + \epsilon_{r1} \cdot b} \cdot U$ $E_{n2} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2} \cdot a + \epsilon_{r1} \cdot b} \cdot U$

$$U_1 = \frac{\epsilon_{r2} \cdot a}{\epsilon_{r2} \cdot a + \epsilon_{r1} \cdot b} \cdot U \quad U_2 = \frac{\epsilon_{r1} \cdot b}{\epsilon_{r2} \cdot a + \epsilon_{r1} \cdot b} \cdot U$$

- Feldstärken in den beiden Dielektrika in umgekehrtem Verhältnis zu den Dielektrizitätszahlen ϵ_{r1} und ϵ_{r2}
- beim Verhältnis der Spannungen spielt zusätzlich die Geometrie (Abstände) eine Rolle

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \cdot \frac{a}{b}$$



Die elektrische Feldstärke in einem Mischdielektrikum ist bei Beanspruchung mit Wechselspannung in dem Dielektrikum mit der niedrigeren Dielektrizitätszahl am höchsten.

Quer geschichtete Dielektrika bei Gleich- und Wechselspannung

Bei Gleichspannung:

Spannungsaufteilung wird durch die Leitfähigkeiten (spez. Widerstände) bestimmt

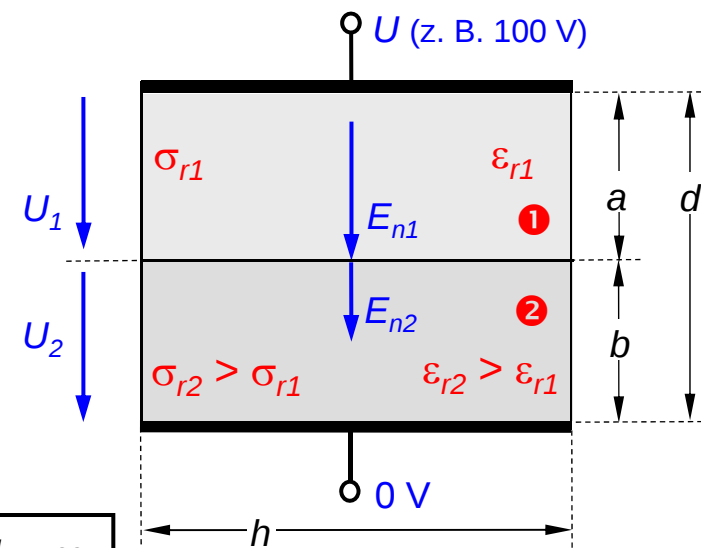
Aus der Anordnung: $U = U_1 + U_2$ $J_1 = \sigma_1 \cdot E_{n1}$ $J_2 = \sigma_2 \cdot E_{n2}$ $J = J_1 = J_2$ $\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$
Grenzbedingung:

Daraus: $E_{n1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 \cdot a + \sigma_1 \cdot b} \cdot U$ $E_{n2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2 \cdot a + \sigma_1 \cdot b} \cdot U$

$$U_1 = \frac{\sigma_2 \cdot a}{\sigma_2 \cdot a + \sigma_1 \cdot b} \cdot U \quad U_2 = \frac{\sigma_1 \cdot b}{\sigma_2 \cdot a + \sigma_1 \cdot b} \cdot U$$

Damit

$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \frac{a}{b}$
---	---

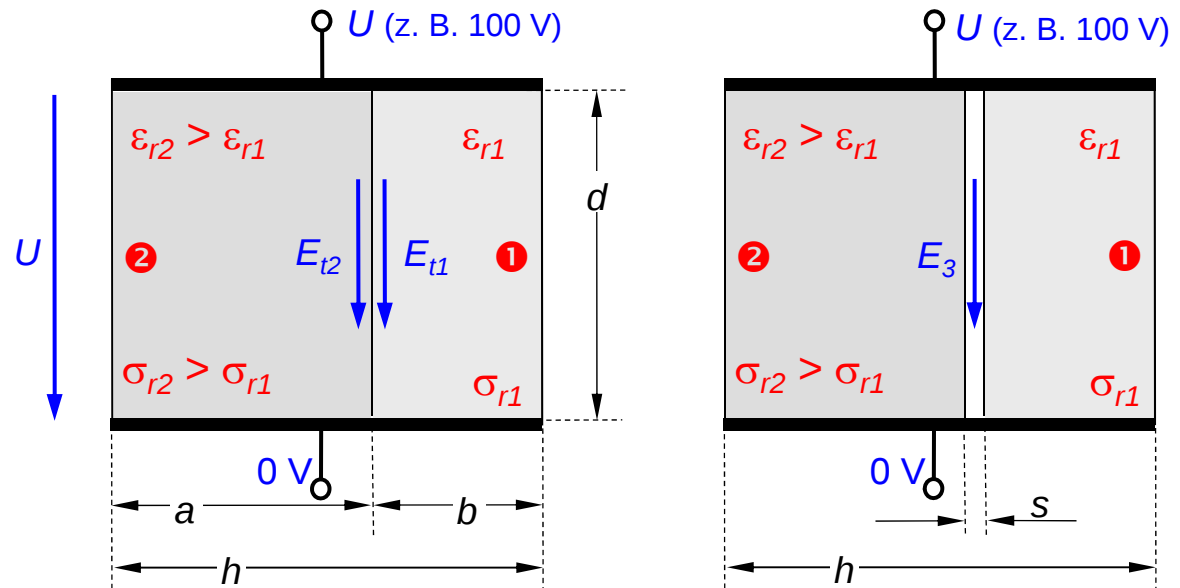


Die elektrische Feldstärke in einem Mischdielektrikum ist bei Beanspruchung mit Gleichspannung in dem Dielektrikum mit der niedrigeren Leitfähigkeit (= höchster spezifischer Widerstand) am höchsten

Keine unterschiedliche Spannungsverteilung wegen

$$E_{t1} = E_{t2} = E = \frac{U}{d}$$

Identische Feldstärke in jedem Dielektrikum



Praxis:

Besonders kritisch ist die Kombination von 2 Feststoffdielektrika

Grund: sehr leicht kann sich ein Spalt bilden, dieser füllt sich entweder mit einer Isolierflüssigkeit oder mit einem Gas (z. B. Luft)

Probleme: • elektrische Festigkeit von Flüssigkeiten und Gasen ist oft niedriger als die des

Feststoffs

- An Grenzflächen sammeln sich oft Schmutzpartikel
⇒ Reduktion der elektrischen Festigkeit

Grundaufgabe der Hochspannungstechnik

elektrische Beanspruchung eines Isoliersystems geringer halten, als seine elektrische Festigkeit

Elektrischer Durchschlag ist ein statistisches Phänomen

- ⇒ Durchschlagsspannung variiert von Versuch zu Versuch
- ⇒ Durchschlagsspannung (Zeit bis zum Durchschlag bei fester Spannung) wird als Zufallsgröße betrachtet

Spannungssteigerungsversuch

Spannung an der Isolieranordnung (z. B. Wechselspannung) wird langsam so lange gesteigert, bis ein Durchschlag auftritt

- ⇒ theoretisch unendlich hohe Anzahl von Versuchen notwendig, daraus kann bestimmt werden
- Spannung, bis zu der sicher kein Durchschlag auftritt (Durchschlag-Wahrscheinlichkeit 0%)
- Spannung, über der mit Sicherheit ein Durchschlag auftritt (DWK 100%)

unendlich viele Versuche nicht möglich ⇒ statistische Verfahren

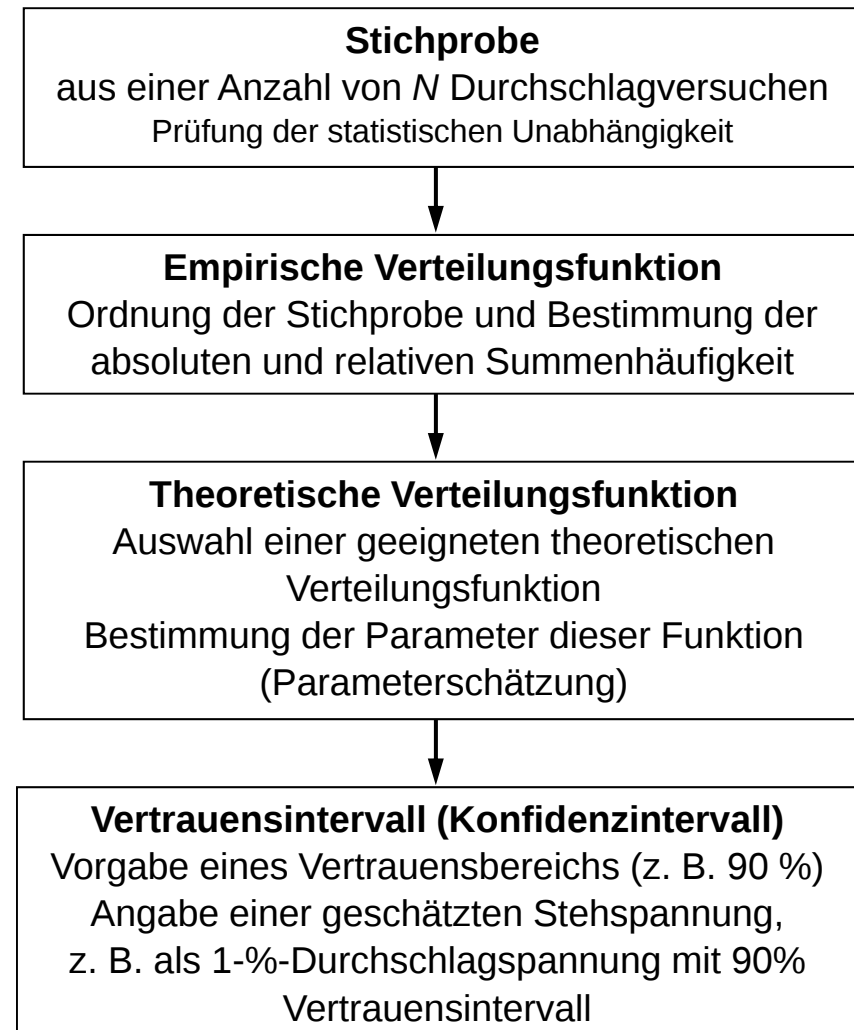
Statistische Untersuchung der Spannungsfestigkeit

Aus der Gesamtheit aller (fiktiv) durchgeführten Durchschlagversuche wird eine **Stichprobe** mit dem **Umfang N** herausgenommen

statistische Unabhängigkeit aufeinander folgender Versuche muss sichergestellt sein

Beispiel: Öldurchschlag

zwischen den Elektroden bilden sich beim Durchschlag leitfähige Schlieren, vor dem nächsten Versuch müssen sie entfernt werden



Beispiel: Stichprobe und empirische Verteilungsfunktion

Stichprobe: aus eine Anzahl von N Durchschlagversuchen

Ergebnisse der Durchschlagversuche:

$U_D/\text{kV} = 102; 100; 107; 98; 95; 100; 104; 99; 92; 102; 103; 99; 97; 95; 101; 104; 98; 94; 100.$

Empirische Verteilungsfunktion

Ordnung der Stichprobe und Bestimmung der absoluten und relativen Summenhäufigkeit

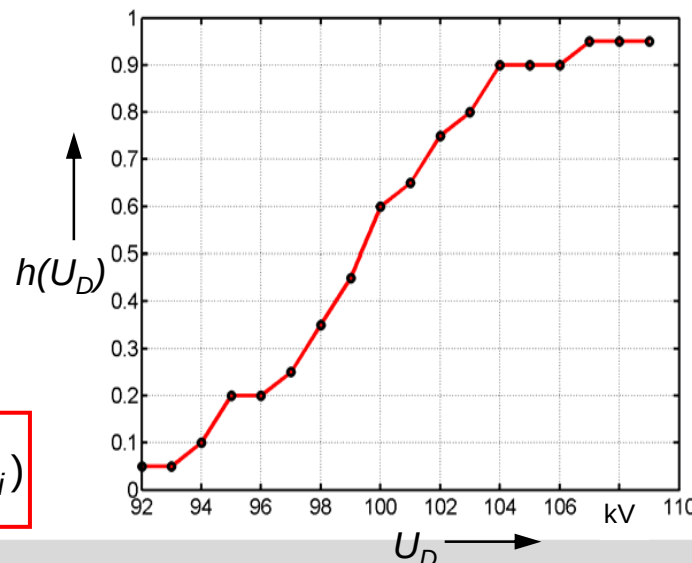
absolute Summenhäufigkeit $H(U_D \leq U_{Di})$ beschreibt, wie oft eine Durchschlagspannung U_D kleiner oder gleich einem bestimmten Wert U_{Di} gemessen wurde

Empirische

Verteilungsfunktion:

$H(U_D \leq U_{Di})$ bezogen auf $N+1$, N = Anzahl der Durchschlagversuche

$$h(x) = h(U_D) = \frac{1}{N+1} \cdot H(U_D \leq U_{Di})$$



Spannung g in kV	absolute Häufigkeit	Summenhäufigkeit	
		absolut	relativ
92	1	1	0,05
93	0	1	0,05
94	1	2	0,1
95	2	4	0,2
96	0	4	0,2
97	1	5	0,25
98	2	7	0,35
99	2	9	0,45
100	3	12	0,6
101	1	13	0,65
102	2	15	0,75
103	1	16	0,8
104	2	18	0,9
105	0	18	0,9
106	0	18	0,9
107	1	19	0,95
108	0	19	0,95
109	0	19	0,95

$$h(x) = h(U_D)$$

Theoretische Verteilungsfunktion

Auswahl einer geeigneten theoretischen Verteilungsfunktion, Bestimmung der Parameter dieser Funktion (Parameterschätzung)

Mittelwert oder Erwartungswert

empirischer Schätzwert für den Erwartungswert μ :

ist der arithmetische Mittelwert x_m der N Einzelmessungen x_k

$$\mu \approx x_m = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k$$

empirische Varianz und empirische Standardabweichung

Schätzung für die Varianz σ^2 : empirische Varianz s_m^2

beschreibt als mittlere quadratische Abweichung die Abweichung aller Einzelwerte x_k der Zufallsgröße X von ihrem Erwartungswert

$\mu = E(X) \approx x_m$

$$\sigma^2 \approx s_m^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^N (x_k - x_m)^2$$

$$\sigma \approx s = \sqrt{s_m^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^N (x_k - x_m)^2}$$

s : empirische Standardabweichung

2 wichtige Verteilungsfunktionen:

- die *Gauß'sche Normalverteilung* und
- die *Weibull-Verteilung*.

Beispiel: Gauß'sche Normalverteilung

Verteilungsfunktion $F(x)$ ist das Integral der Dichtefunktion $f(x)$,
 $F(x)$ ist nicht geschlossen lösbar

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{und} \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

x	$\mu-4,0\cdot\sigma$	$\mu-3,5\cdot\sigma$	$\mu-3,0\cdot\sigma$	$\mu-2,5\cdot\sigma$	$\mu-2,0\cdot\sigma$	$\mu-1,5\cdot\sigma$	$\mu-1,0\cdot\sigma$	$\mu-0,5\cdot\sigma$
$F(x)$	0,00003	0,00023	0,00135	0,00621	0,0228	0,0668	0,1587	0,3085

$$x = \mu: F(x) = 0,5$$

$$x = \mu+0,33\cdot\sigma: F(x) = 0,6293 \approx 0,63$$

$$x = \mu-2,326\cdot\sigma: F(x) = 0,01$$

x	$\mu+4,0\cdot\sigma$	$\mu+3,5\cdot\sigma$	$\mu+3,0\cdot\sigma$	$\mu+2,5\cdot\sigma$	$\mu+2,0\cdot\sigma$	$\mu+1,5\cdot\sigma$	$\mu+1,0\cdot\sigma$	$\mu+0,5\cdot\sigma$
$F(x)$	0,99997	0,99977	0,99865	0,99379	0,9772	0,9332	0,8413	0,6915

Eigenschaft der Gauß'schen Normalverteilung:

symmetrisch bezüglich des Mittelwertes und unendlich ausgedehnt

demgegenüber:

unterhalb einer bestimmten Spannung erfolgt kein Durchschlag
mehr, nach oben sichere Durchschlagspannung

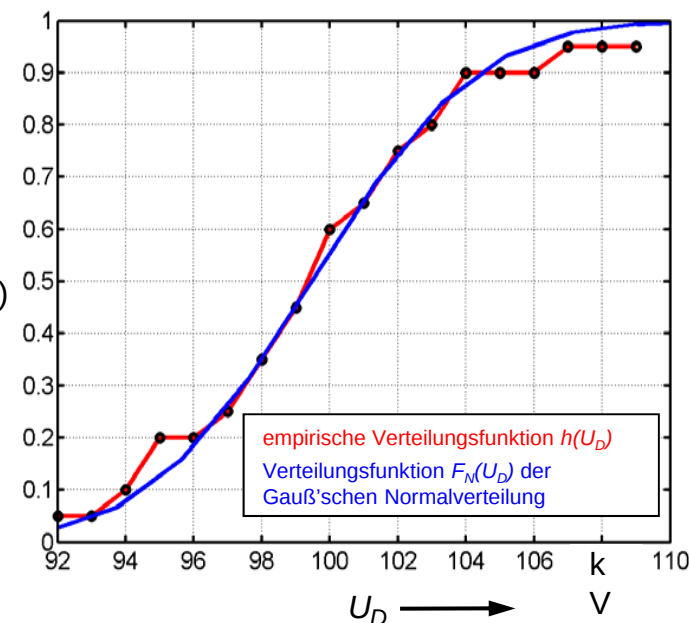
$$F(\mu-3,0\cdot\sigma) = 0,135 \%$$

$U_{D0} = 88 \text{ kV}$: Orientierungswert
für die Stehspannung U_{D0}

Beispiel:

$$x_m = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k = 99,47 \text{ kV} \approx \mu$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^N (x_k - x_m)^2} = 3,82 \text{ kV} \approx \sigma$$



Beispiel: Weibull-Verteilung (I)

Weibull-Verteilung ist eine nach unten beschränkte Extremwertverteilung

⇒ eignet sich besonders für Durchschlagvorgänge für die eine untere Stehspannung angenommen werden kann

⇒ $F(x)$ enthält die 3 Parameter x_{63} , x_0 und δ , berechnet werden müssen

- entweder aus empirischer Verteilungsfunktion
- oder aus Gauß'scher Normalverteilung

$$x_{63} = \mu + 0,33 \cdot \sigma \approx x_m + 0,33 \cdot s = x_m + 0,33 \cdot \sqrt{s_m^2}$$

$$x_0 = \mu - 3 \cdot \sigma \approx x_m - 3 \cdot s = x_m - 3 \cdot \sqrt{s_m^2}$$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x-x_0}{x_{63}-x_0}\right)^\delta} & \text{für } x \geq x_0 \\ 0 & \text{für } x < x_0 \end{cases}$$

Beispiel:

$$U_{D63} = 100,73 \text{ kV und } U_{D0} = 88 \text{ kV}$$

Bestimmung des Exponenten δ :

empirische Verteilungsfunktion $h(x)$ wird als Annäherung für $F(x)$ verwendet

$$h(x) \approx F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-x_0}{x_{63}-x_0}\right)^\delta} \quad \left(\frac{x-x_0}{x_{63}-x_0}\right)^\delta = -\ln[1-h(x)]$$
$$\delta \cdot \lg\left(\frac{x-x_0}{x_{63}-x_0}\right) = \lg\{-\ln[1-h(x)]\} \quad \text{oder} \quad \delta \cdot Z = H(Z)$$

$$\delta = \frac{H(Z)}{Z} = \frac{\lg\{-\ln[1-h(U_D)]\}}{\lg\left(\frac{U_D - U_{D0}}{U_{D63} - U_{D0}}\right)}$$

Beispiel: Weibull-Verteilung (II)

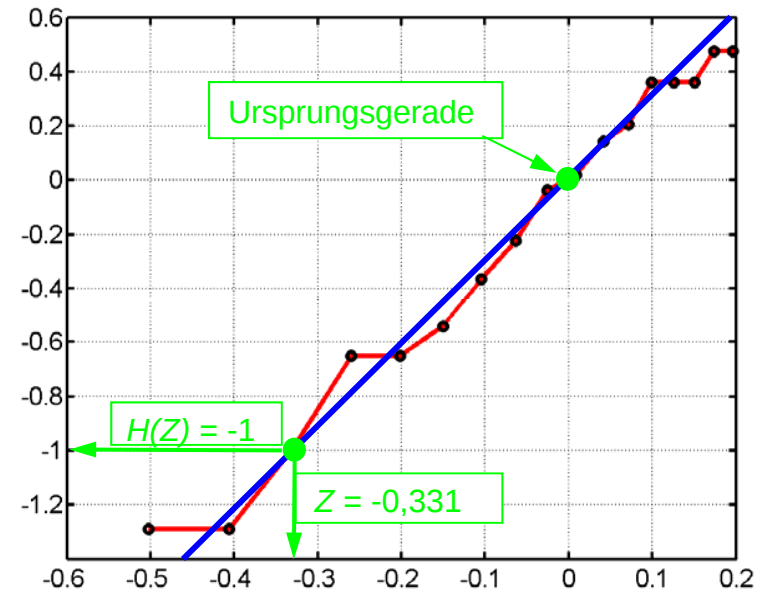
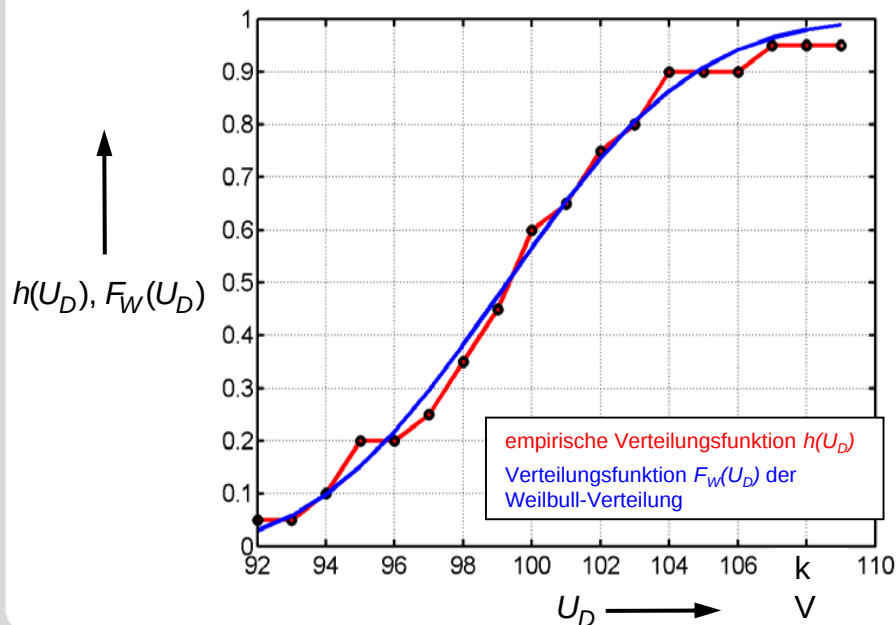
Beispiel:

$$U_{D63} = 100,73 \text{ kV}$$

$$\text{und } U_{D0} = 88 \text{ kV}$$

$$\delta = \frac{H(Z)}{Z} = \frac{\lg\{-\ln[1-h(U_D)]\}}{\lg\left(\frac{U_D - U_{D0}}{U_{D63} - U_{D0}}\right)}$$

$$H(Z) = \lg\{-\ln[1-h(U_D)]\}$$



$$Z = \lg\left(\frac{U_D - U_{D0}}{U_{D63} - U_{D0}}\right)$$

$\delta = \frac{H(Z)}{Z}$ ist eine Ursprungsgerade

⇒ ein weiterer Punkt genügt

$$\text{z. B.: } \delta = \frac{H(Z)}{Z} = \frac{-1}{-0,331} = 3,02$$

(jeder andere Punkt wäre möglich)

theoretische Verteilungsfunktion $F(x)$ ist nur eine Annäherung an die unbekannte Verteilungsfunktion

⇒ Definition von Vertrauensbereichen (Konfidenzintervalle), in denen die Verteilungsfunktion mit einer vorgebbaren Wahrscheinlichkeit (z. B. 90 %) liegt

X (die Durchschlagsspannung) ist eine normalverteilte Zufallsvariable mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2

Zur Berechnung der Vertrauensintervalle sind die Zufallsgrößen T und Z maßgebend

$$T = \frac{X^* - \mu}{S/\sqrt{N}} \quad Z = (N-1) \cdot \frac{S^2}{\sigma^2}$$

X^* : Schätzfunktion für den unbekannten Mittelwert μ

S : ist die Schätzfunktion für die unbekannte Varianz σ^2 der Zufallsvariablen X

T : verteilt gemäß der t-Verteilung nach Student

Z : verteilt gemäß der Chi-Quadrat-Verteilung, jeweils mit $f = N-1$ Freiheitsgraden

Konfidenzintervall für den unbekannten Mittelwert μ

1. Wahl eines Vertrauensniveaus γ , z. B. $\gamma = 0,9$, $\gamma = 0,95$ oder $\gamma = 0,99$
2. Berechnung der Konstanten c aus der Bedingung

$$P(-c \leq T \leq c) = \gamma$$

aus der t-Verteilung nach Student entnimmt man dazu den Wert

$$c = t\left(\frac{1+\gamma}{2}, N-1\right)$$

3. Das Vertrauensintervall für den unbekannten Mittelwert μ lautet dann

$$x_m - c \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq x_m + c \cdot \frac{s}{\sqrt{N}}$$

$$x_m = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k \quad s = \sqrt{s_m^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^N (x_k - x_m)^2}$$

Beispiel:

Stichprobenumfang von $N = 19$ und ein 90-%-Vertrauensintervall

$$c = t(0,95;18) = 1,734$$

$$99,47\text{kV} - 1,52\text{kV} = 97,95\text{kV} \leq \mu \leq 100,99\text{kV} = 99,47\text{kV} + 1,52\text{kV}$$

f	p				
	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,078	6,314	12,707	31,820	63,654
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601
500	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Konfidenzintervall für die unbekannte Varianz σ^2

1. Wahl eines Vertrauensniveaus γ , z. B. $\gamma = 0,9$, $\gamma = 0,95$ oder $\gamma = 0,99$
2. Berechnung der Konstanten c_1 und c_2 aus der Bedingung

$$P(-c_1 \leq Z \leq c_2) = \gamma$$

aus der Chi-Quadrat-Verteilung entnimmt man die Werte

$$c_1 = z\left(\frac{1-\gamma}{2}, N-1\right) \quad c_2 = z\left(\frac{1+\gamma}{2}, N-1\right)$$

3. Das Vertrauensintervall für die unbekannte Varianz σ^2 lautet dann

$$(N-1) \cdot \frac{s_m^2}{c_2} \leq \sigma^2 \leq (N-1) \cdot \frac{s_m^2}{c_1}$$

$$s_m = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^N (x_k - x_m)^2}$$

$$x_m = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x_k$$

Beispiel:

Stichprobenumfang von $N = 19$ und ein 90-%-Vertrauensintervall

$$c_1 = \chi^2(0,05;18) = 9,39$$

$$c_2 = \chi^2(0,95;18) = 28,87$$

$$9,1\text{kV} \leq \sigma^2 \leq 27,97\text{kV}$$

f	p									
	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,020	0,051	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,35	12,84
4	0,21	0,297	0,484	0,711	1,064	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,554	0,831	1,15	1,16	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,872	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,06	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,96
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,67	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
22	8,6	9,5	11,0	12,3	14,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
24	9,9	10,9	12,4	13,8	15,7	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	96,6	101,9	106,6	112,3	116,3
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

Berechnung der Konfidenzintervalle für μ und σ^2

Stehspannung: z. B. 1-%-Wert der Durchschlagsspannung mit 90-%-Vertrauensintervall

$$99,47\text{kV} - 1,52\text{kV} = 97,95\text{kV} \leq \mu \leq 100,99\text{kV} = 99,47\text{kV} + 1,52\text{kV}$$

$$9,1\text{kV} \leq \sigma^2 \leq 27,97\text{kV}$$

Stehwert für die Spannung

Spannungswert, für den es mit einer nur sehr geringen Wahrscheinlichkeit, z. B. 1 %, zu einem Durchschlag kommt

90-%-Vertrauensintervall:

es gilt $\mu = 97,95 \text{ kV}$ und $\sigma = 5,29 \text{ kV}$

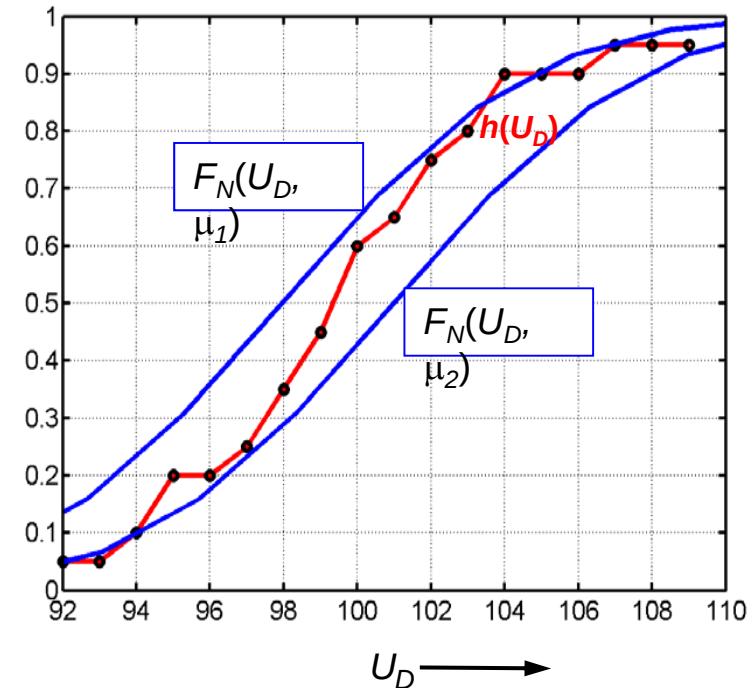
1-%-Wert der Durchschlagspannung mit 90-%-Vertrauensintervall

$$F(x = \mu - 2,326 \cdot \sigma) = 0,01 = 1\%$$

$$U_{D,1\%} = \mu - 2,326 \cdot \sigma$$

$$U_{D,1\%} = 97,95 \text{ kV} - 2,326 \cdot 5,29 \text{ kV} = 85,64 \text{ kV}$$

$h(U_D), F_N(U_D)$



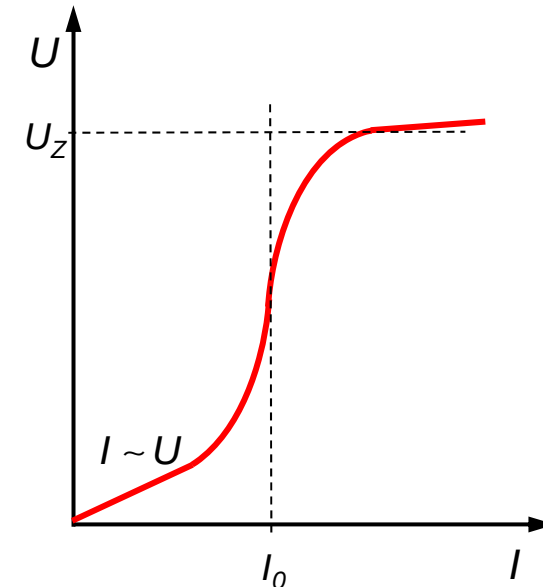
Empirische Verteilungsfunktion $h(U_D)$ und Gauß'sche Normalverteilung F_N für $\sigma^2 = 27,97 \text{ kV}$ sowie $\mu_1 = 97,95 \text{ kV}$ und $\mu_2 = 100,99 \text{ kV}$

I/U-Kennlinie, Übergang von der selbständigen zur unselbständigen Entladung

Im Gas entstehen Ladungsträger (Elektronen, positive Ionen):

- Einwirkung von Strahlung (Photoionisation)
 - Stoßprozesse aufgrund von Wärmebewegung
- Steigert man die Spannung (elektrische Feldstärke) zwischen den Elektroden, so fließt ein Strom

$$I \sim U$$



Alle Ladungsträger, die entstehen, werden durch das elektrische Feld ausgeräumt – bis ein Sättigungsstrom I_0 erreicht wird ($\Rightarrow$ unselbständige Entladung)

Bei noch weiterer Steigerung des elektrischen Feldes nehmen die Ladungsträger so viel kinetische Energie auf, dass durch Stoßionisation neue Ladungsträger entstehen ($\Rightarrow$ selbständige Entladung)

Elektrische Festigkeit von gasförmigen Isolierstoffen

Soßionisation:

Strom steigt sehr stark an,
während die Spannung
nahezu konstant bleibt

Homogenes Feld:

Erreichen der Zündspannung
der Stoßionisation führt sofort
zum Durchschlag

$$U_Z = U_d$$

Zündspannung = Durchschlagsspannung

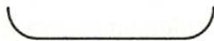
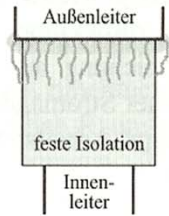
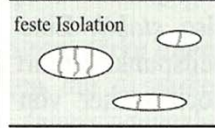
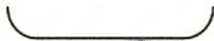
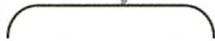
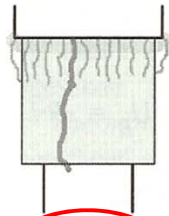
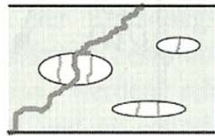
Inhomogenes Feld:

Erreichen der Zündspannung
führt zu einer stabilen
Entladung, nicht sofort zum
Durchschlag

$$U_Z < U_d$$

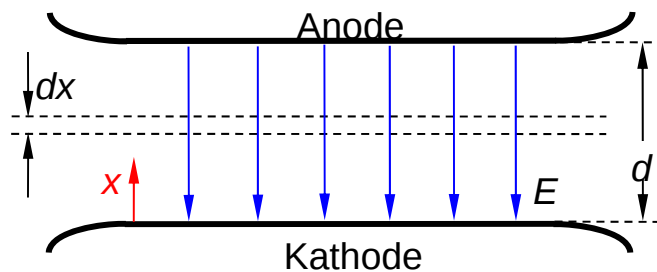
$$U_Z = U_E$$

Zündspannung = TE-Einsatzspannung

	Homogenes und schwach inho- mogenes Feld	Inhomogenes Feld	Grenzflächen	Hohlräume
Vorentladungen (Teilentladungen) Entladungen, die nicht unmittelbar zum Durchschlag (Spannungszusam- menbruch) führen.	  <i>treten nicht auf, Entladungseinsatz führt unmittelbar zum Durchschlag</i>	  Koronaentladungen Äußere Teilentladungen (TE) Glimmentladungen ("Glimmen") Büschel- und Stielbüschelentladungen (Streamer- und Leader-Entladungen)	 Oberflächen-Entlad. Gleitentladungen	 Hohlraum- Entladung Innere Teil- entladungen (TE) ("Glimmen")
Durchschlag, Überschlag Entladung, die eine gut leitfähige Verbin- dung zwischen den Elektroden herstellt und damit zum Zu- sammenbruch der Spannung führt.	  Durchschlag	  Lichtbogen, Bogenentladung (bei thermischem Gleichgewicht) Funken (bei begrenztem Energievorrat der Quelle) Blitzentladungen (sehr lange Funken bei atmosph. Entlad.)	 Überschlag	 Durchschlag Erosions- oder Teilentladungs- Durchschlag

Entladungsmechanismen: Generationenmechanismus nach Townsend

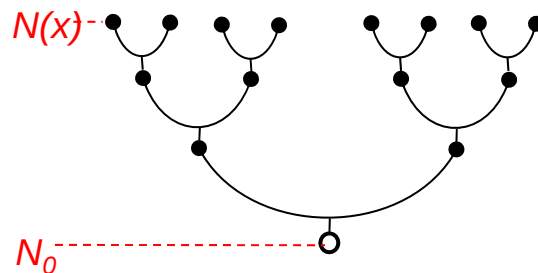
α -Prozess: Anfangselektron (z. B. durch äußere UV-Strahlung)
Im elektrischen Feld nimmt es kinetische Energie auf, so lange,
bis es beim Stoß mit einem Gasmolekül zur Stoßionisation kommt
 $\Rightarrow$ weitere Elektronen, die auch wieder Stoßionisationen hervorrufen
 $\Rightarrow$ **Elektronenlawine**



Zunahme dN der Elektronen bei N
vorhandenen Elektronen

$$dN = N \cdot \alpha \cdot dx$$

$$N(x) = N_0 \cdot e^{\alpha \cdot x}$$



α : 1. Townsend'sche Koeffizient
im *homogenen elektrischen Feld* ist
 $\alpha = \text{const.}$

N_0 Anfangselektronen, Elektrodenabstand d :

$$N_1 = N_0 \cdot e^{\alpha \cdot d} - N_0 = N_0 \cdot (e^{\alpha \cdot d} - 1) \quad \text{Elektronen werden erzeugt}$$

Entladungsmechanismen: Generationenmechanismus nach Townsend

γ -Prozess: positive Ionen werden im elektrischen Feld beschleunigt und lösen Sekundärelektronen aus der Kathode aus

N_0 Anfangselektronen, Elektrodenabstand d :

$$N_1 = N_0 \cdot e^{\alpha \cdot d} - N_0 = N_0 \cdot (e^{\alpha \cdot d} - 1) \quad \text{Elektronen werden erzeugt}$$

γ : Zahl der aus der Kathode herausgelösten Elektronen pro Ionen-Elementarladung

$$N_{\text{sek}} = \gamma \cdot N_0 \cdot (e^{\alpha \cdot d} - 1) \quad \text{Sekundär-Elektronen werden erzeugt}$$

Durchschlag, falls Zahl der Sekundärelektronen N_{sek} größer als Zahl N_0 der Anfangselektronen

$$N_{\text{sek}} > N_0 \quad \text{und damit} \quad \gamma \cdot (e^{\alpha \cdot d} - 1) > 1$$

Zündbedingung nach Townsend
im *homogenen Feld*

$$\alpha \cdot d \geq \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = k$$

im *inhomogenen Feld*

$$\int_{x=0}^d \alpha(x) \cdot dx \geq \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = k$$

k ist vom Gas und vom Elektrodenmaterial abhängig;

für Luft unter Normaldruck und metallische Elektroden wurde empirisch $k = 7$ ($\gamma = 9,13 \cdot 10^{-4}$) ermittelt

Paschen-Gesetz: Theorie

- Gaskinetik (Stoßvorgänge zwischen Elektronen/Ionen und Molekülen)
- Betrachtung der Bewegung von Ladungsträgern im elektrischen Feld und ihre Energieaufnahme
- Zündbedingung nach Townsend

führt auf

$$\frac{\alpha}{p} = A \cdot e^{-\frac{B}{E/p}}$$

$$E \Rightarrow E_d = \frac{U_d}{d}$$

$$\alpha \cdot d \geq \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = k$$

$$U_d = \frac{B \cdot (p \cdot d)}{\ln\left[\frac{(p \cdot d) \cdot A}{\ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)}\right]} = f(p \cdot d)$$

Luft bei 20 °C:

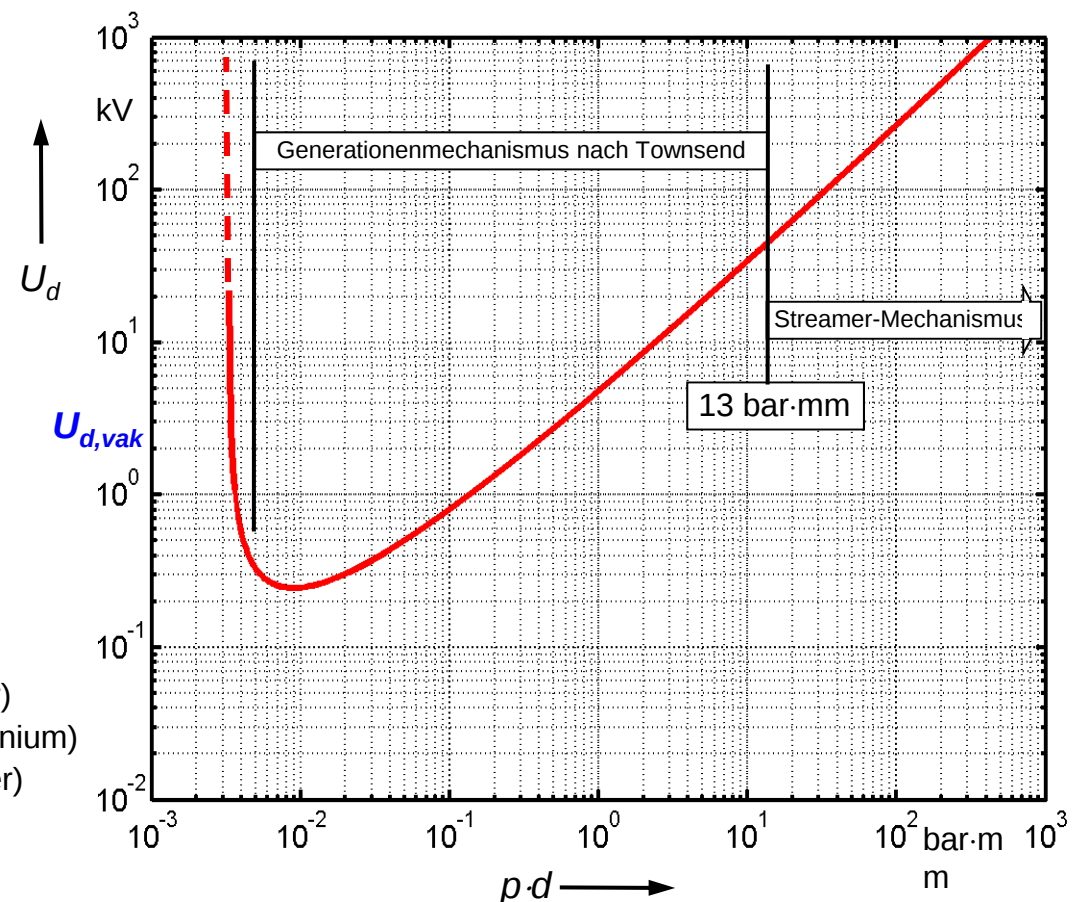
$A = 1130 \text{ 1/(mm} \cdot \text{bar)}$

$B = 27,4 \text{ kV/(mm} \cdot \text{bar)}$

$\gamma = 0,035 \text{ (Luft/Aluminium)}$

$\gamma = 0,025 \text{ (Luft/Kupfer)}$

$\gamma = 0,02 \text{ (Luft/Eisen)}$



Paschen-Gesetz: Vergleich Theorie - Praxis

Theorie:

bei sehr geringen Werten für $(p \cdot d)$
wird U_d theoretisch unendlich groß

$$U_d = \frac{B \cdot (p \cdot d)}{\ln \left[\frac{(p \cdot d) \cdot A}{\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)} \right]} = f(p \cdot d)$$

Praxis:

Vakuumdurchschlag bei niedrigem
Druck

⇒ endliche Durchschlagsspannung

$U_{d,vak}$

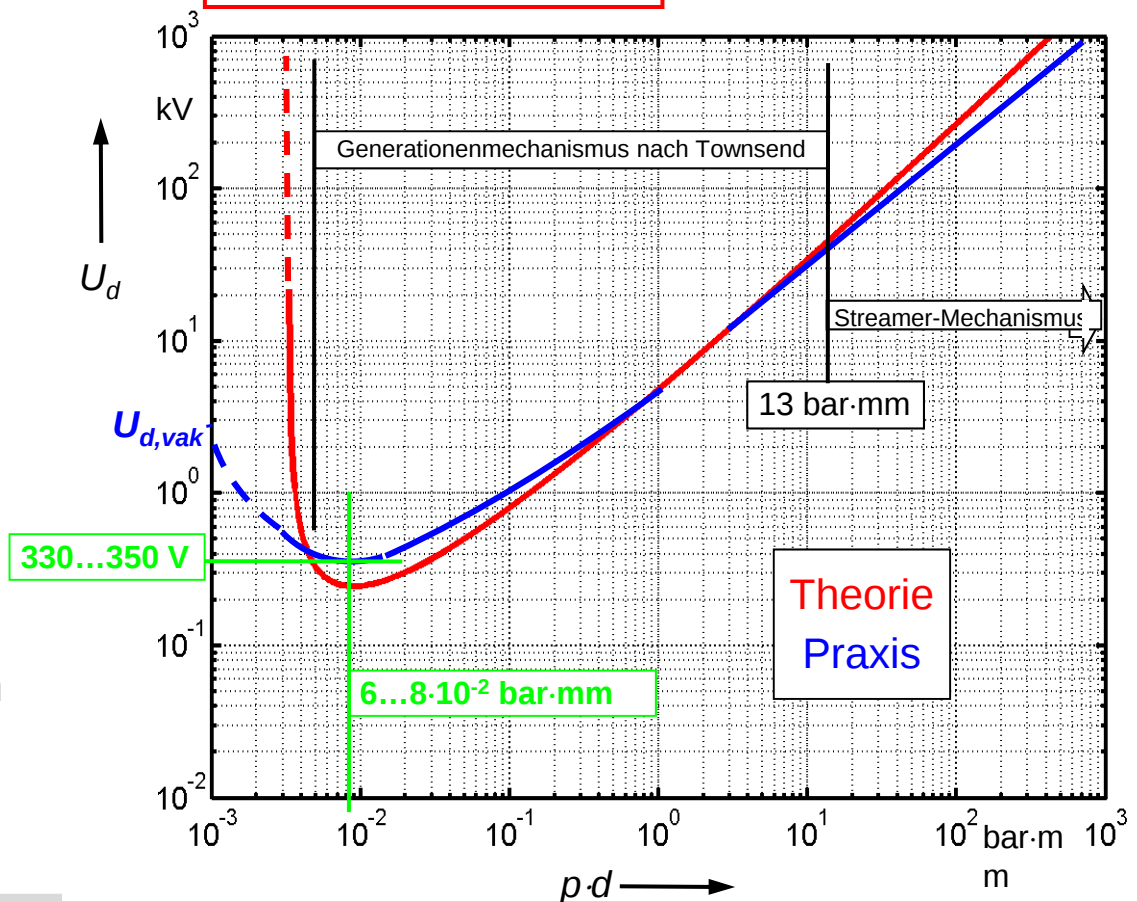
Niedrigste Durchschlagsspannung

$U_d = 330 \dots 350 \text{ V}$

bei $p \cdot d = 6 \dots 8 \cdot 10^{-2} \text{ bar} \cdot \text{mm}$

Bereich großer Werte für $p \cdot d$:

Oberflächenrauigkeit der Elektroden
(Grate, Kratzer, etc.) verringert
die Spannungsfestigkeit
(lokal überhöhte Feldstärke)



Entladungsmechanismen: Streamer-Mechanismus

Problem der Theorie nach Townsend:

- der schnelle Durchschlag bei großen Werten für $(p \cdot d)$ ist nicht erklärbar
- Bei einer Elektronenzahl $> 10^6 \dots 10^8$ nimmt das Feld der Lawine Einfluß auf das Gesamtfeld

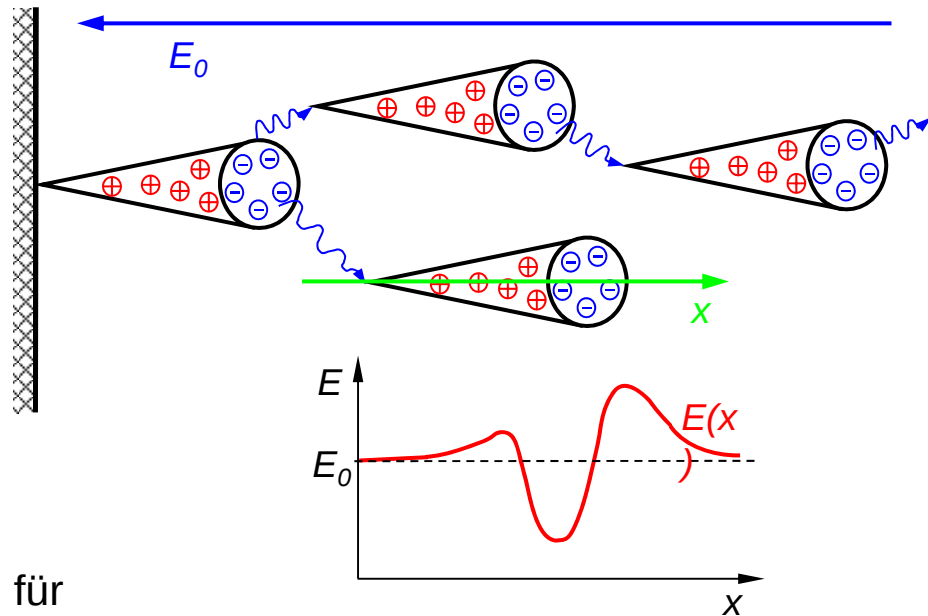
positive Ionen sind schwerer und damit langsamer als Elektronen

⇒ positiv geladener Lawinenschweif

⇒ negativ geladener Lawinenkopf

Streamer-Mechanismus:

- Starke Feldüberhöhung am Kopf der Lawine
- Erhöhung der Zahl der Stoßionisationen
- UV-Emission
- Photoionisation, dadurch Anfangselektronen für Sekundärlawinen



Zusammenwirken aller Elektronenlawinen: leitfähiger Kanal ⇒ Kanalentladung, Streamerentl.

Bedingungen für Streamer-Mechanismus

- Zahl der Elektronen muß den kritischen Wert N_{krit} überschreiten

$$N_{krit} = 10^6 \dots 10^8$$

- Effektiver Stoßionisationskoeffizient muß sein $\alpha_{eff} > 0$

Stoßionisationskoeffizient α beschreibt die Entstehung von Elektronen bei Stoßprozessen

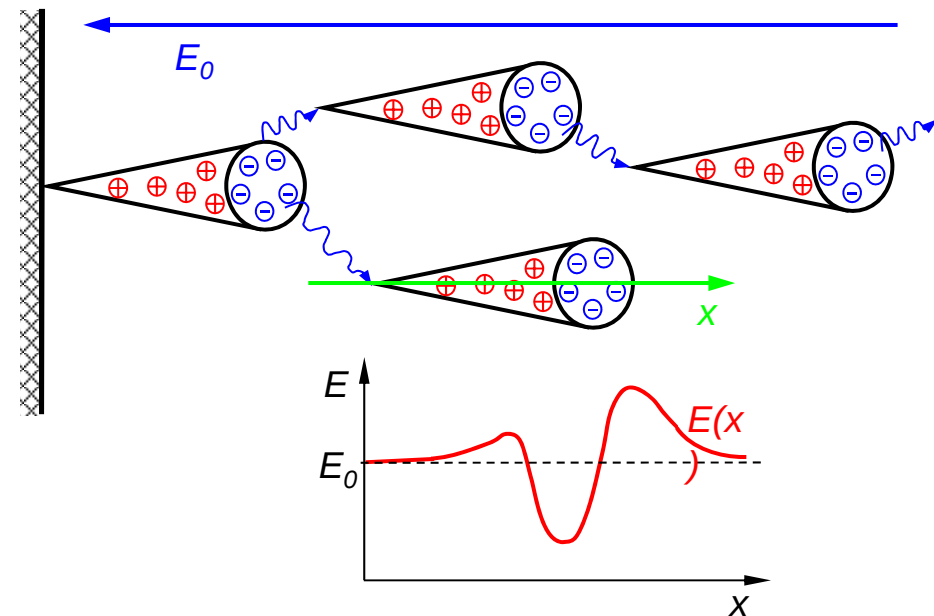
Ein Teil der Elektronen lagert sich an Moleküle an

⇒ Anlagerungskoeffizient η

$$\alpha_{eff} = \alpha - \eta$$

Grenzbedingung, unterhalb der kein Durchschlag mehr auftreten kann:

$$\left(\frac{E}{p} \right)_{Luft} = 24,4 \frac{\text{kV}}{\text{bar} \cdot \text{cm}} \quad \left(\frac{E}{p} \right)_{SF_6} = 87,7 \frac{\text{kV}}{\text{bar} \cdot \text{cm}}$$

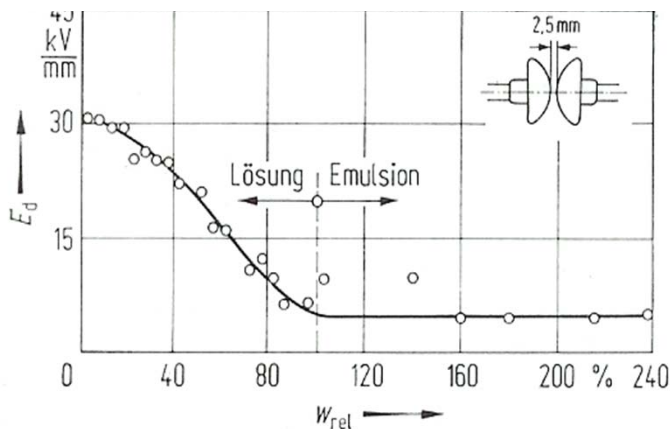


Elektrische Festigkeit von flüssigen Isolierstoffen: Mineralöl

Durchschlagmechanismen: keine geschlossene Theorie wie beim Gasdurchschlag
jedoch 2 wichtige Mechanismen, die den Durchschlag beeinflussen

- Faserbrückendurchschlag
- Wassergehalt

Einfluss des Wassergehaltes auf den Durchschlag



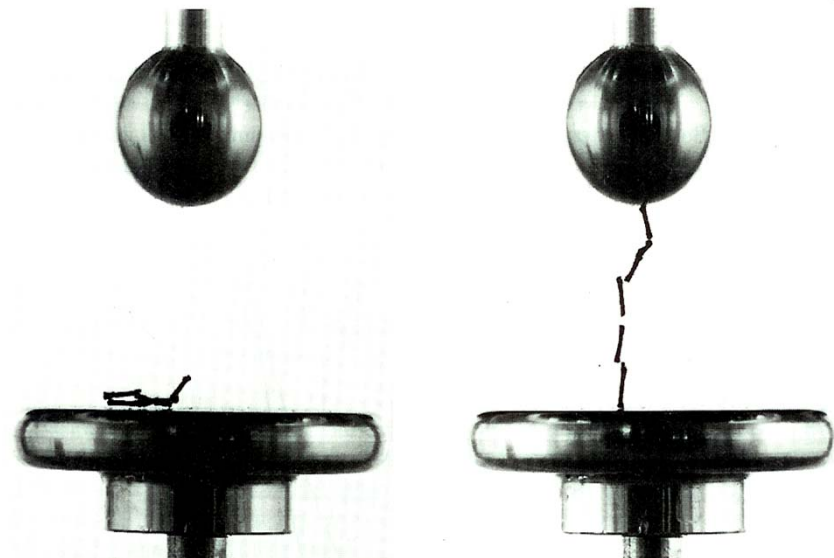
$$U_d = E_d \cdot 2,5\text{mm}$$

Hochspannungstechnisch von Bedeutung:

Bereich der Lösung

$$w_{rel} = \frac{w_{9m}}{w_{sat}} \quad \text{mit} \quad w_{sat} = f(\vartheta_m) \approx 10^{-\frac{1567}{273+\vartheta_m} + 7,0895} \text{ ppm}$$

Faserbrückendurchschlag



Mineralöl wird oft in Verbindung mit Papier (Zellulose) eingesetzt (Transformatoren)
⇒ im Öl befinden sich Zellulosefasern und Schmutzpartikel

Elektrische Festigkeit von festen Isolierstoffen: rein elektrischer Durchschlag

3 Durchschlagmechanismen:

- der rein elektrische Durchschlag
- der Wärmedurchschlag
- TE-Durchschlag infolge Alterung und Materialerosion

Rein elektrischer Durchschlag

Bändermodell der Festkörperphysik: im Leitungsband eines Isolators befinden sich nahezu keine Elektronen

starkes elektrisches Feld

⇒ Auslösen von Elektronen aus dem Elektrodenmaterial

⇒ Verzerrung der Bänder, dadurch quantenmech. Tunneln möglich, Elektronen gelangen ins Leitungsband

Elektrische Festigkeit von festen Isolierstoffen: Wärmedurchschlag

Wärmedurchschlag

Tritt auf, wenn die zugeführte Wärmeleistung P_{zu} dauerhaft größer ist, als die abgeführte Wärmeleistung P_{ab} $P_{zu} > P_{ab}$

zugeführte Wärmeleistung P_{zu}
= dielektrische Verlustleistung P_{diel} $P_{zu} = P_{diel} + P_s$
+ zugeführte Stromwärmeleistung P_s

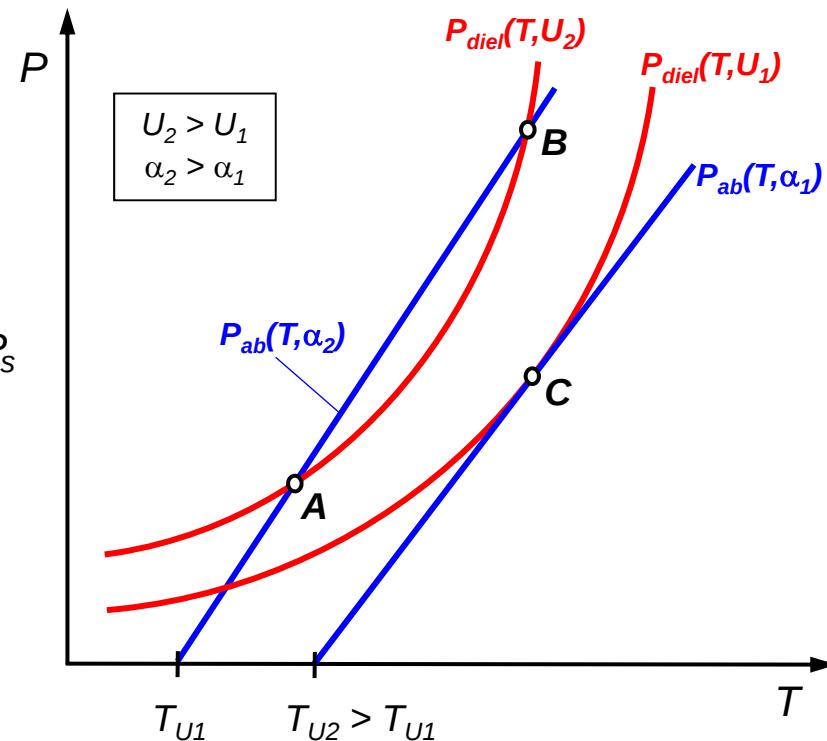
$$P_{diel} = \begin{cases} U^2 \cdot G = const. \cdot U^2 \cdot \kappa & \text{für Gleichspannung} \\ U^2 \cdot \omega C \cdot \tan \delta & \text{für Wechselspannung} \end{cases}$$

Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit κ und des Verlustfaktors $\tan \delta$

$$\kappa, \tan \delta \sim e^{A(T-T_0)} \quad \text{mit} \quad A > 0$$

Isolierstoff gibt Wärme über die Kontaktfläche ab
A: Kontaktfläche α : Wärmeübergangskoeffizient

$$P_{ab} = \alpha \cdot A \cdot (T - T_U)$$



Das System ist dann thermisch stabil, wenn die abgeführte Wärmeleistung mit der Temperaturänderung stärker ansteigt, als die zugeführte Wärmeleistung
(Arbeitspunkt A) $\frac{\partial P_{ab}(T)}{\partial T} \geq \frac{\partial P_{zu}(T)}{\partial T}$

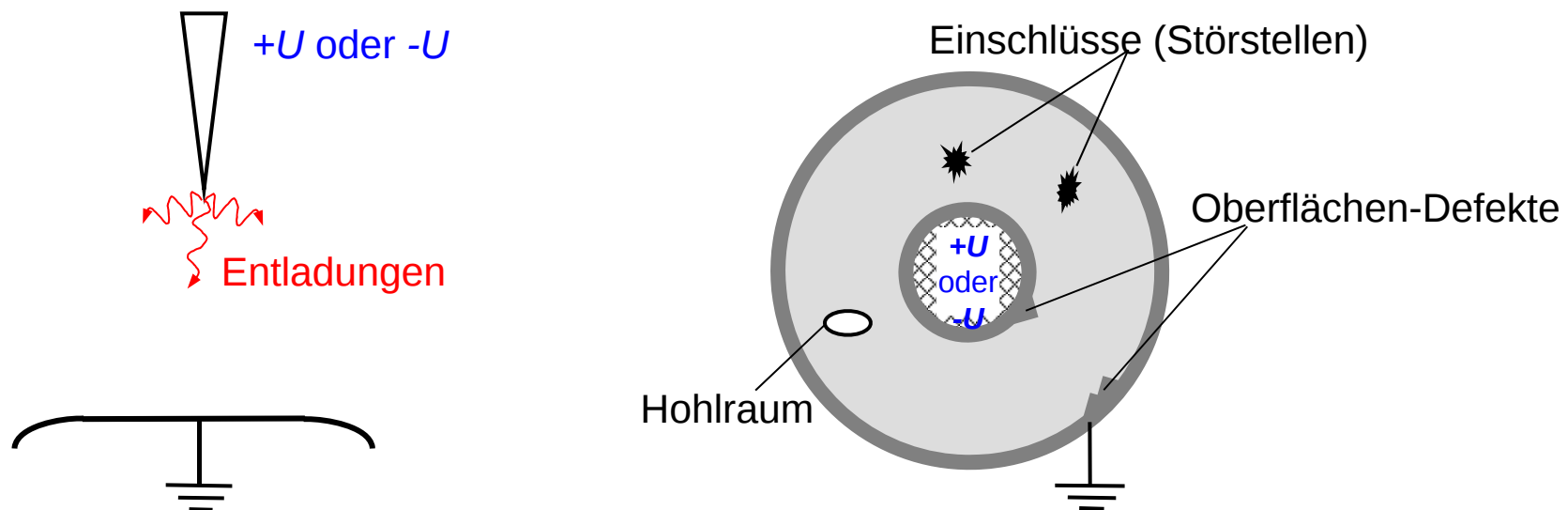
Elektrische Teilentladungen (TE)

Physikalisches Phänomen „Teilentladung“

Lokale Überbeanspruchung des Isolierstoffes durch das elektrische Feld

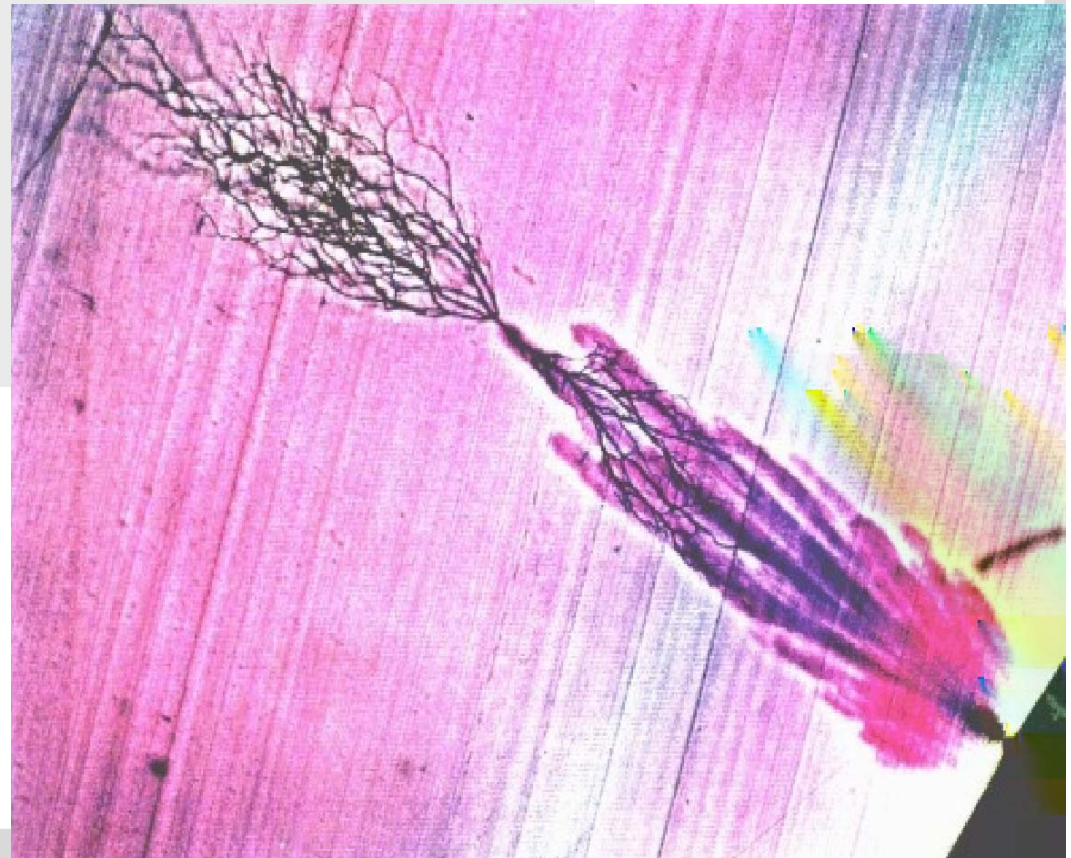
⇒ Schnell ablaufende elektrische Entladungen

- Grund:
- stark inhomogene Felder, so daß das umgebende Isoliermaterial überbeansprucht wird
 - Bereiche mit homogenem Feld, jedoch starken Inhomogenitäten im Dielektrikum (Fehlstellen) und damit partiell reduzierter elektrischer Festigkeit

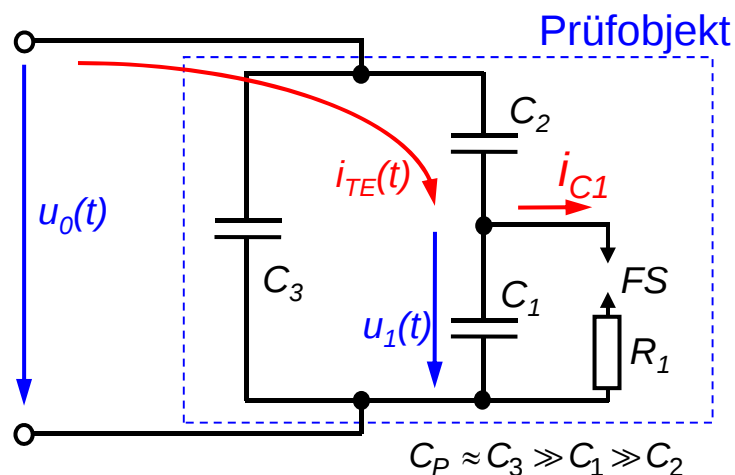


Elektrische Teilentladungen (TE)

- *TE in festen Isolierstoffen*
Materialerosion, TE schreitet immer weiter voran
⇒ TE in festen Isolierstoffen führt unweigerlich zum Durchschlag
- *TE in flüssigen Isolierstoffen*
tritt oft in Form von Gasblasen auf
TE in flüssigen Isolierstoffen
kann verlöschen, d. h. flüssige
Isolierstoffe sind (bis zu einem
gewissen Grad) selbstheilend



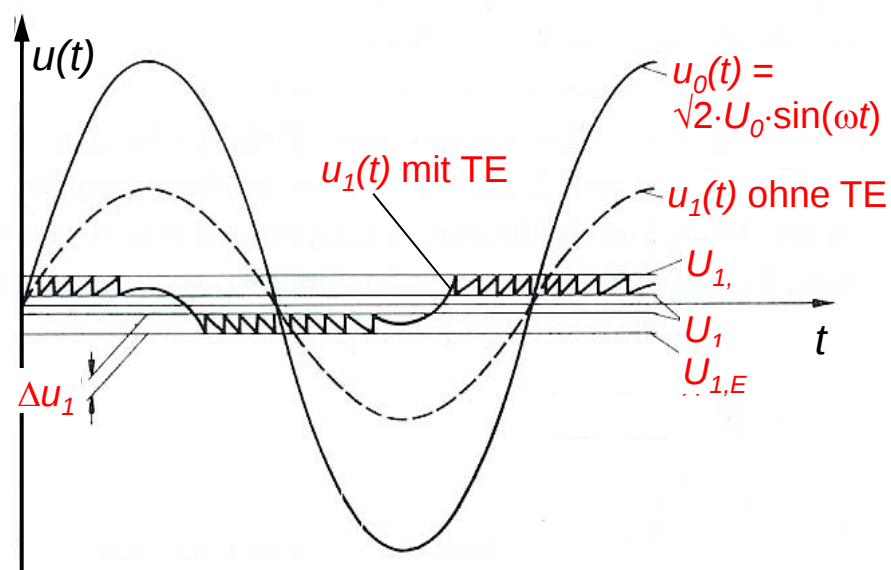
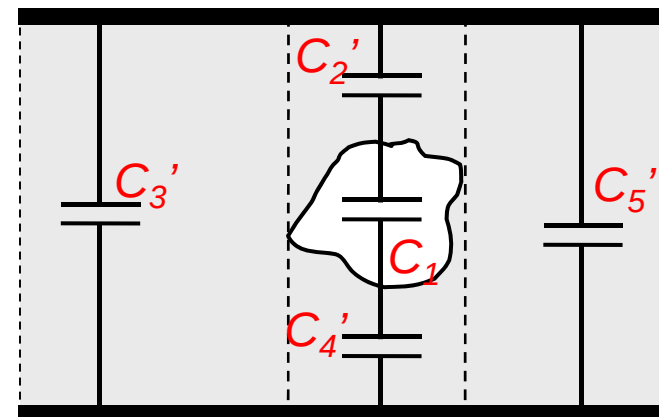
Ersatzschaltung eines Dielektrikums mit TE



$$C_{ges} \approx C_3 \gg C_1 \gg C_2$$

$$q_{TE} = C_1 \cdot \Delta u_1$$

$$= \int_0^{\infty} i_{TE}(t) dt$$



1. Druckwelle, Materialerosion
2. Sichtbare Strahlung und UV-Strahlung
3. Chemische Zersetzung durch TE in Gasen
4. Chemische Zersetzung und dadurch Spaltprodukte bei TE in Flüssigkeiten
5. Elektromagnetische Strahlung und leitungsgebundene elektrische TE-Impulse